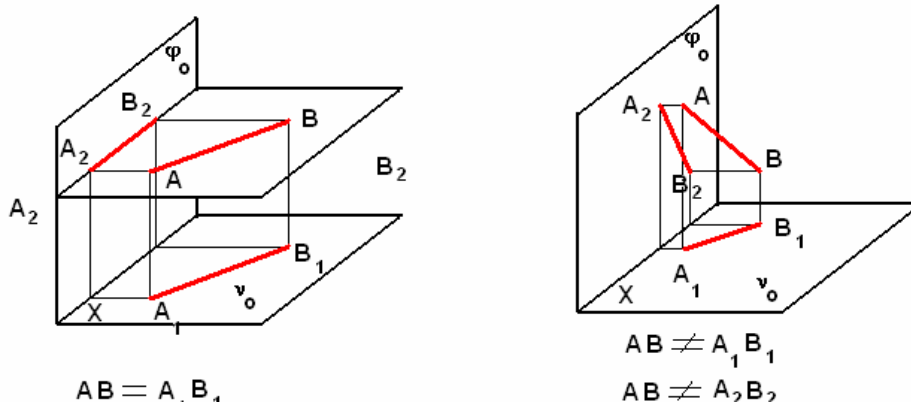


## Mudança de planos

### 1- Introdução

As projecções de uma figura só representam as suas verdadeiras grandezas se essa figura está contida num plano paralelo aos planos de projecção. Caso contrário as projecções e a verdadeira grandeza têm valores diferentes.



Mantendo fixa a figura a projectar, podemos contudo mudar os planos de projecção, mantendo-os de qualquer das formas perpendiculares um ao outro, ou seja, mantendo um sistema de projecções ortogonais, e tornar assim um dos planos paralelo ao plano da figura. Temos assim uma das projecções igual à verdadeira grandeza.

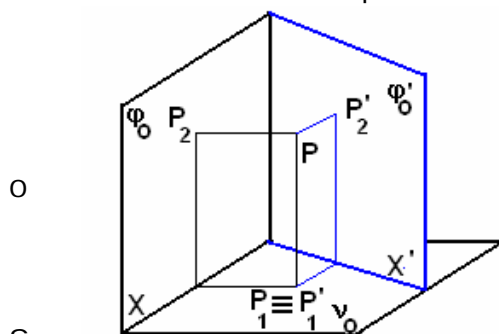
A este processo chamamos mudança de planos.

Para executarmos este processo só podemos mudar um plano de cada vez, e com a condição de os dois planos de projecção se manterem sempre perpendiculares.

### 2- Transformação das projecções de um ponto

#### 2.1- Mudança do plano frontal

Consideremos um ponto  $P$  e as suas projecções  $P_1$  e  $P_2$  em  $\varphi_0$  e  $\nu_0$ .



Se

#### Mudança do plano frontal

o plano horizontal se mantém, a projecção horizontal do ponto também vai ser a mesma no novo sistema, ou seja,  $P_1$  coincide com  $P'_1$ .

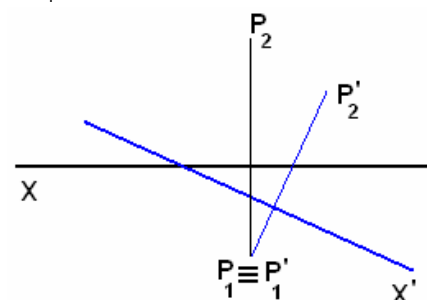
Por outro lado a cota de  $P$  no novo sistema de projecções também é a mesma, logo, como  $P'_2$  tem de estar na perpendicular a  $X'$  que passa em  $P'_1$ , facilmente o encontramos, basta a partir de  $X'$  marcar a cota.

Imaginemos que o plano frontal ( $\varphi_0$ ) roda para uma nova posição ( $\varphi'_0$ ), mantendo-se perpendicular a  $\nu_0$ .

Neste novo sistema de projecções ponto  $P$  terá as projecções  $P'_1$  e  $P'_2$ . E o eixo  $X$  passa para  $X'$ .

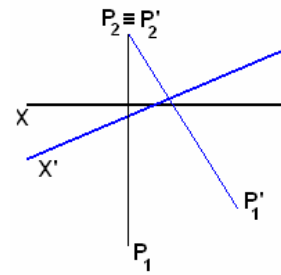
Vamos ver o que acontece no plano do papel.

o plano horizontal se mantém, a projecção horizontal do ponto também vai ser a



### 2.2- Mudança do plano horizontal

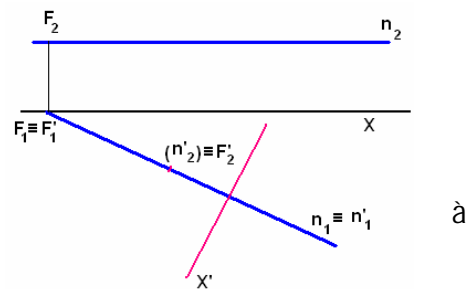
Neste caso é a projecção frontal que se mantém e o afastamento é o mesmo.



### 3- Transformação das projecções de uma recta

#### 3.1- Transformar uma recta de nível numa recta de topo

Como uma recta de nível é paralela ao plano horizontal, e uma recta de topo é perpendicular ao plano frontal, se tivermos uma recta de nível, podemos rodar o plano frontal, mantendo-o sempre perpendicular ao plano horizontal, até este ficar perpendicular a recta. Ficamos assim com um sistema de projecções onde a recta passa a ser de topo.

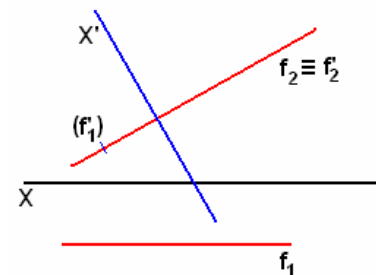


O novo eixo ( $X'$ ) é agora perpendicular a  $n'_1$ .

#### 3.2- Transformar uma recta de frente em recta vertical

Mudamos o plano horizontal até ficar perpendicular à recta

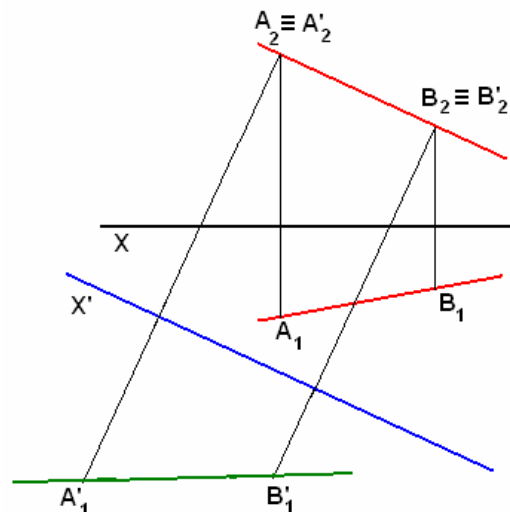
$X'$  vai ficar perpendicular a  $f_2$ .



#### 3.3- Transformar uma recta oblíqua em recta de nível.

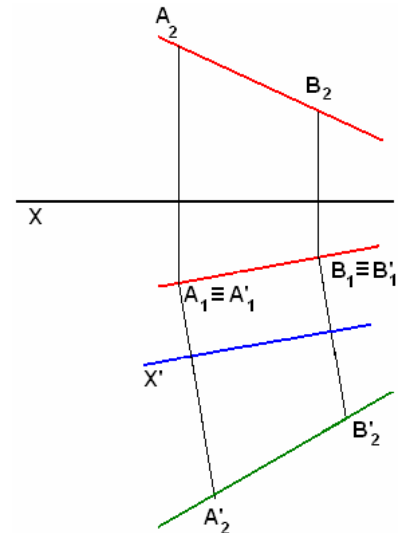
Mudamos o plano horizontal até ficar paralelo à recta.

$X'$  vai ficar paralelo a  $r_2$ .



### 3.4- Transformar uma recta oblíqua em recta de frente

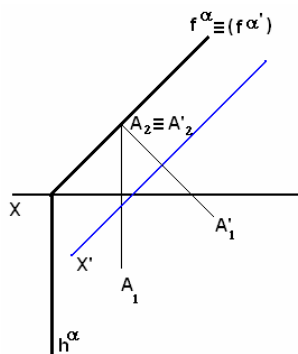
Mudamos o plano frontal até ficar paralelo à recta  
 $X'$  vai ficar paralelo a  $r_1$ .



**Nota:** O facto de considerarmos as novas projecções para um ou para o outro lado do novo eixo, não acarreta nenhum problema. Apenas devemos ter em atenção o seguinte. Marcando coordenadas com determinado sinal para um lado do eixo, todas as do mesmo sinal devem ser marcadas para esse lado, e para o outro lado as de sinal contrário.

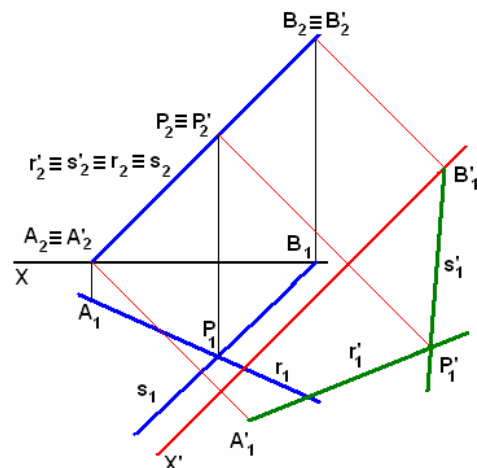
### 4- Transformação dos elementos de um plano

#### 4.1- Transformar um plano de topo num de nível



Neste caso o novo eixo  $X'$  vai ficar paralelo ao traço frontal do plano.  
 O novo traço frontal vai ficar coincidente com o antigo, quer isto dizer que houve uma mudança do plano horizontal de projecção.

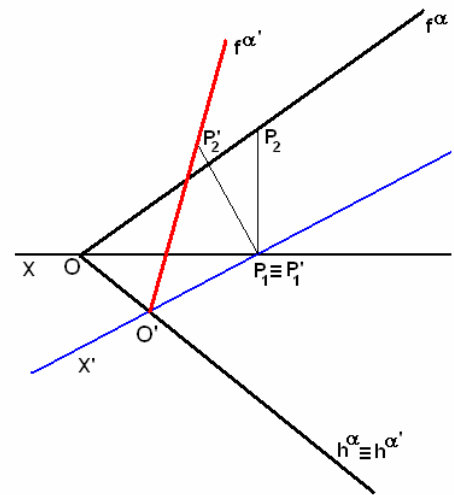
Se o plano de topo for definido por duas rectas concorrentes, como é de topo, as projecções frontais das duas rectas são coincidentes, para o transformar num plano de nível fazemos uma mudança do plano horizontal de projecção, ficando o novo eixo  $X'$ , paralelo às projecções frontais das rectas.



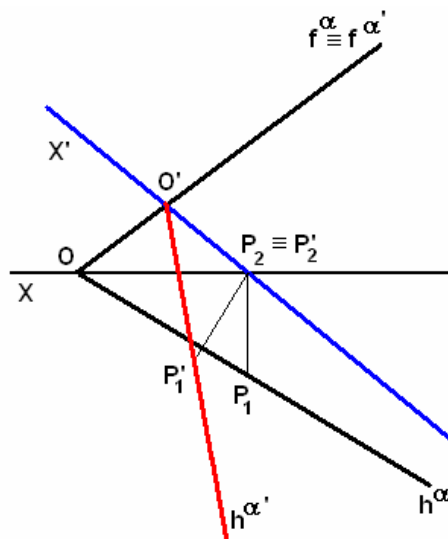
## 4.2- Transformação dos traços de um plano

## 4.2.1- Mudança do plano frontal de projecção

Neste caso o traço horizontal mantém-se. Os traços que no sistema inicial se cruzavam no ponto  $O$  de  $X$ , vão passar a ter o seu ponto de cruzamento em  $O'$  de  $X'$ . Se considerarmos o ponto  $P$  de  $\alpha$ , que tem  $P_1$  no cruzamento dos dois eixos  $X$  e  $X'$ ,  $P$  é do traço frontal inicial e vai ser do traço frontal do novo sistema, logo achando  $P'_2$  e unindo-o a  $O'$  temos o novo traço frontal.



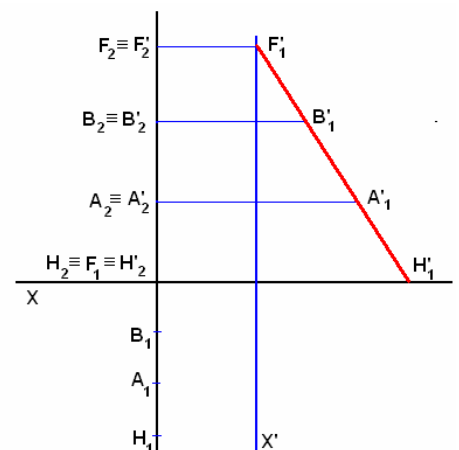
## 4.2.2- Mudança do plano horizontal de projecções



## 5- Estudo da recta de perfil

Se fizermos uma mudança de plano horizontal, fazendo as mudanças de  $A$  e  $B$ , obtemos a recta no novo sistema. O ponto onde a nova projecção encontra  $X'$ , dá-nos a nova projecção horizontal do traço frontal, o ponto onde a nova projecção encontra  $X$ , dá-nos a nova projecção do traço horizontal. A partir destes pontos podemos obter as projecções no sistema inicial.

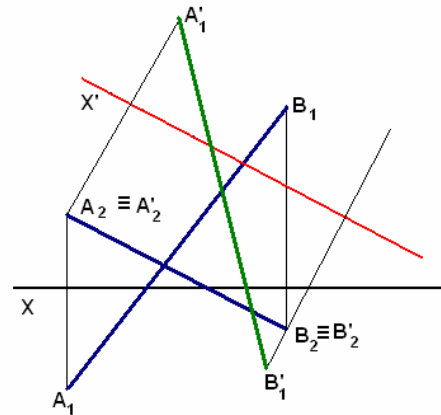
Nota: Podíamos ter optado por uma mudança do plano frontal.



## 6- Determinar a verdadeira grandeza de um segmento oblíquo AB

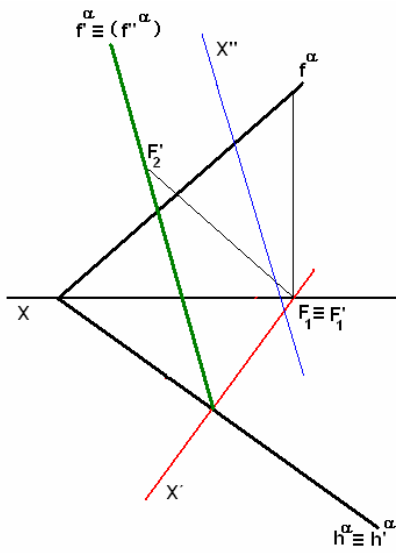
Dadas as projecções de AB, se considerarmos uma mudança do plano horizontal, tal que o novo eixo  $X'$  fique paralelo à projecção frontal de AB, este fica de nível, logo  $A_1' \equiv B_1'$  dá-nos a verdadeira grandeza de AB.

Notar que  $A_1'$  foi marcado para um lado de  $X'$  e  $B_1'$  para outro lado, uma vez que o afastamento de A é positivo e o de B negativo.



## 7- Caso em que é necessário fazer mais do que uma mudança de planos

Nos casos anteriores uma única mudança de um dos planos de projecção resolvia o nosso problema.



Existem casos, por exemplo tornar um plano oblíquo de nível, em que o problema só se resolve com duas mudanças de planos.

De facto, uma vez que um plano de projecção só pode mudar mantendo-se perpendicular ao outro, não conseguimos rodar nestas condições o plano horizontal e pô-lo paralelo ao plano oblíquo.

Podemos resolver o problema se em primeiro lugar transformarmos o plano oblíquo num plano de topo, rodando o plano frontal. Posteriormente rodamos o plano horizontal até ficar paralelo ao plano dado, que é o que pretendemos.

Nota: Se o plano for definido por duas rectas concorrentes, ou paralelas, consideramos uma recta de nível do plano, transformámo-la numa recta de topo (mudança de plano frontal) e depois fazemos a mudança do plano horizontal.