

**Resumo da matéria  
desde do início do ano lectivo**

## 1º Período

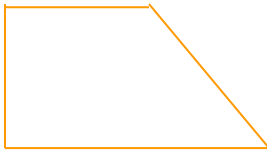
### Figuras geométricas



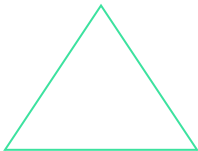
Quadrado – polígono com quatro lados iguais e com quatro ângulos retos.



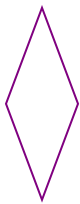
Rectângulo – polígono com quatro lados iguais dois a dois e com quatro ângulos retos.



Trapézio rectângulo – polígono com todos os lados diferentes e com um ângulo recto, tendo duas bases uma maior e outra menor



Triângulo – figura geométrica com três lados



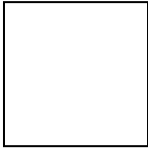
Losango – figura geométrica com duas diagonais uma maior e outra menor.



Paralelogramo – polígono com dois ângulos obtusos e dois ângulos agudos tendo quatro lados iguais dois a dois.

# Áreas das figuras geométricas

Quadrado



$$A_{\square} = l * l$$

Exemplo:  $A_{\square} = 2 * 2 = 4 \text{ cm}^2$



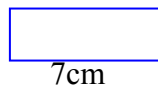
Rectângulo



c

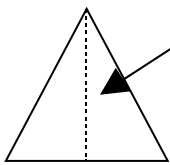
$$A_{\square} = c * l$$

Exemplo:



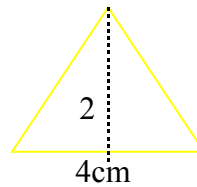
3cm  $A_{\square} = 7 * 3 = 21 \text{ cm}^2$

Triângulo



Altura = h

$$A_{\triangle} = \frac{4 * 2}{2} = 4 \text{ cm}^2$$



b = base

$$A_{\triangle} = \frac{b * h}{2}$$

Paralelogramo



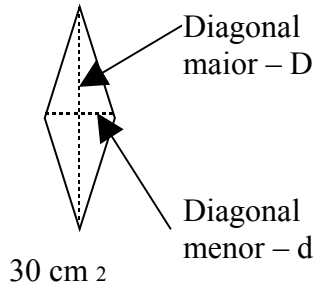
7dm

$$A_{\square} = c * h$$



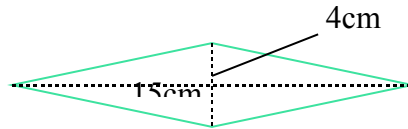
Exemplo:  
 $A_{\square} = 1 * 7 = 7 \text{ dm}^2$

Losango



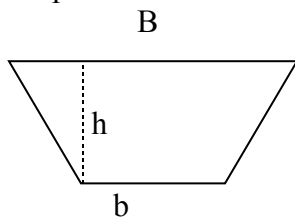
$$A_{\diamond} = \frac{d * D}{2}$$

Exemplo:



$$A_{\diamond} = \frac{4 * 15}{2} = \frac{60}{2} =$$

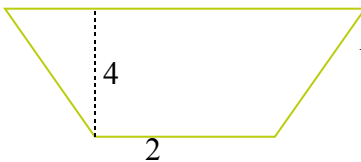
Trapézio



$$A_{\nabla} = \frac{(B+b) * h}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{(B+b) * h}{2}$$

Exemplo:

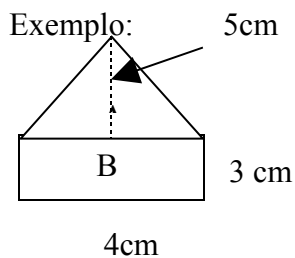
8



$$A_{\nabla} = \frac{(8+2) * 4}{2} = \frac{10 * 4}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ u.a.} \rightarrow \text{unidades de área}$$

## Decomposição de figuras para calculo de áreas

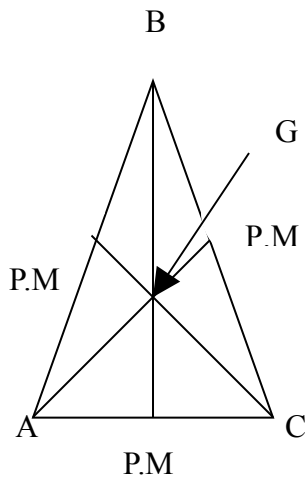
Para se fazer a área de **figuras irregulares decompõe-se** a figura em outras em que já se saiba fazer a área, **somando** no final a áreas das figuras decompostas para se saber a **área total**.



$$\text{Área}_A = \frac{5 \text{ cm} * 4 \text{ cm}}{2} = \frac{20 \text{ cm}}{2} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Área}_B = 4 \text{ cm} * 3 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

## Medianas de um triângulo



G - baricentro

As medianas do triângulo são segmentos de recta que unem cada vértice ao ponto médio oposto.

As medianas passam todas por um ponto designado por **baricentro** (ponto G).

O ponto G separa as duas partes da mediana e a parte maior da mediana é o dobro da parte menor.

## Triângulo rectângulo Relação entre as áreas dos quadrados construídos sobre os lados

**Hipotenusa** – lado maior do triângulo rectângulo

**Catetos** – formam o ângulo recto e são os menores lados do triângulo rectângulo

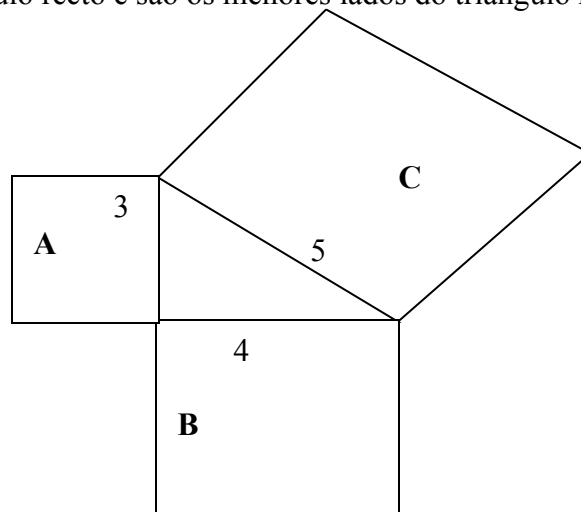
$$A_A = 3 \cdot 3 = 9$$

$$A_B = 4 \cdot 4 = 16$$

$$A_C = 5 \cdot 5 = 25$$

$$25 = 9 + 16 =$$

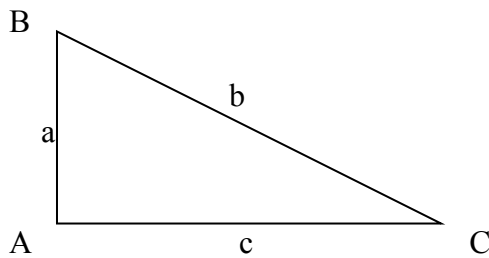
$$25 = 25$$



Se **somarmos** as **áreas** dos quadrados menores vamos receber a **área** do quadrado maior e se isto acontecer o triângulo é **rectângulo**. Se não der esta relação então o triângulo em que foram desenhados os quadrados não é rectângulo.

## Teorema de Pitágoras

Definição – Num **triângulo rectângulo** o quadrado de comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos.



$$b^2 = a^2 + c^2$$

## Terno Pitagórico

Definição – é um conjunto de três números que verificam o teorema de Pitágoras, isto é, um conjunto de três números em que a soma dos quadrados dos menores números vai dar o quadrado do maior número.

Exemplo:

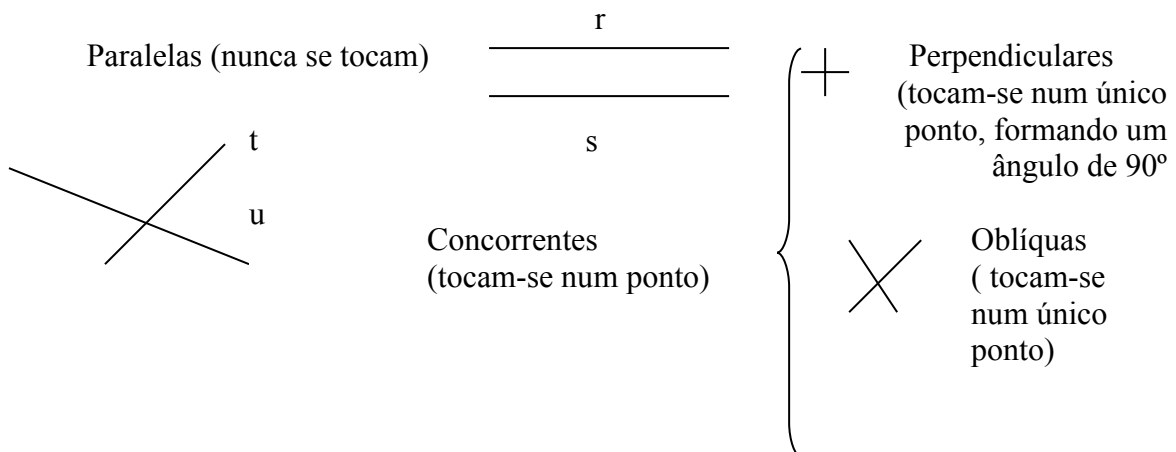
(3,4,5)

$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$25 = 9 + 16$$

$$25 = 25$$

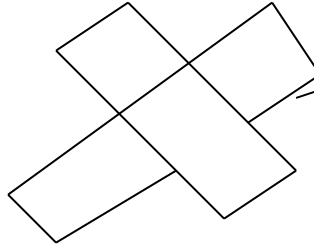
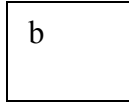
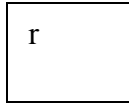
## Posição entre rectas



Coincidentes  $\overline{p}$   
 $q$

### Posição relativa entre dois planos

Paralelos

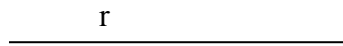


Secantes

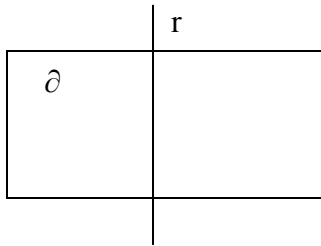
Perpendiculares

Oblíquos

### Posição entre rectas e planos



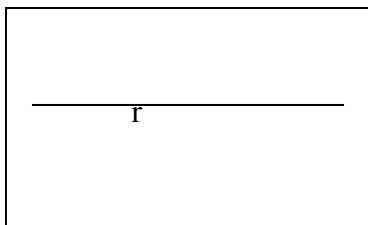
Paralelos



Concorrentes

C

D

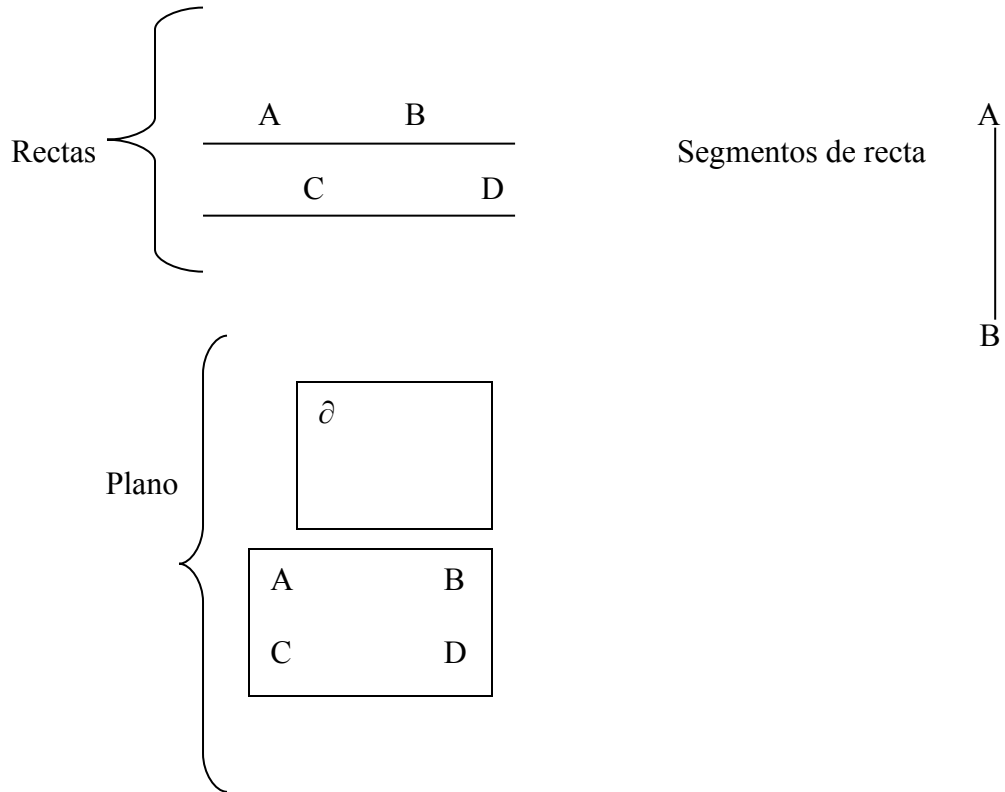


Contida/oposta

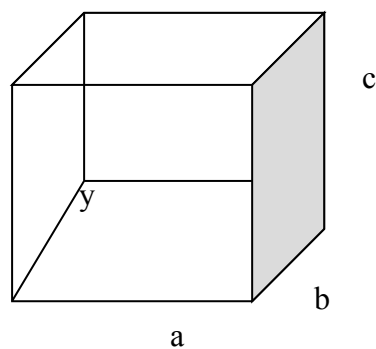
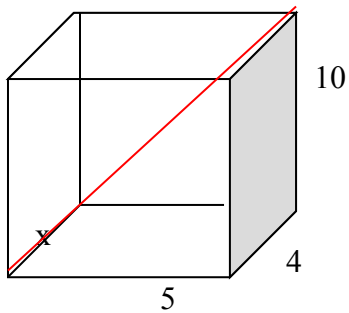
A

B

## Representação de rectas e planos



## Teorema de Pitágoras no espaço



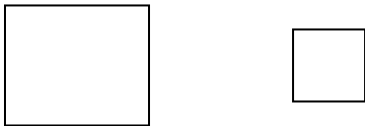
$$\begin{aligned}x^2 &= 5^2 + 4^2 + 10^2 \\x^2 &= 25 + 16 + 100 \\x^2 &= 141 \\x &= \sqrt{141} \\x &= 11.9\end{aligned}$$

$$y^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

## Figuras semelhantes

Dois figuras são semelhantes quando têm formas idênticas e uma é redução/ampliação da outra.

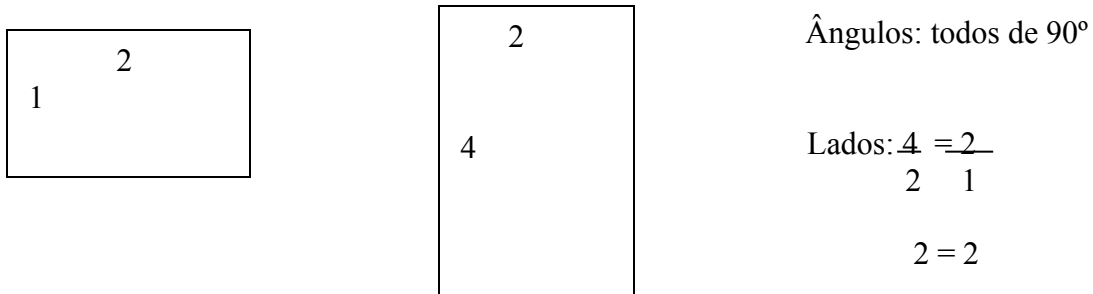
Exemplo:



## Polígonos semelhantes

Dois polígonos são semelhantes se tiverem os ângulos correspondentes iguais e os lados correspondentes proporcionais. O valor que der ao fazermos a correspondência dos lados é a razão de semelhança.

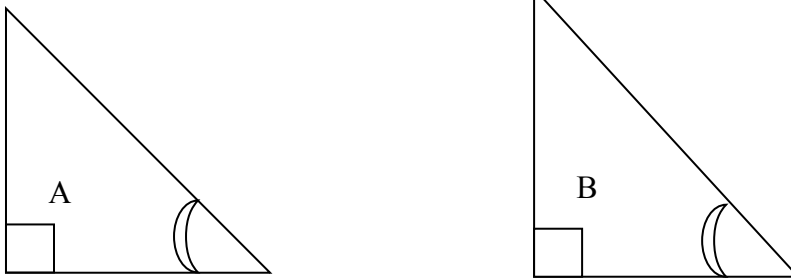
Exemplo:



Os polígonos são semelhantes, porque os ângulos correspondentes são iguais e porque os lados correspondentes são proporcionais, sendo a razão de semelhança que transforma o rectângulo menor no maior 2.

## Critérios de semelhança de triângulos

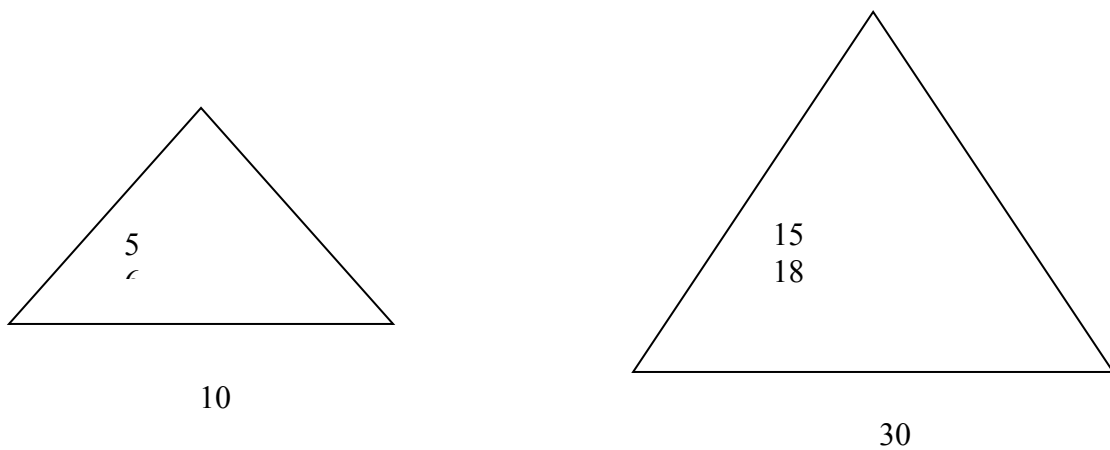
### Critério AA (ângulo – ângulo)



Os triângulos são semelhantes quando têm dois lados iguais.

Nota: Quando existem ângulos verticalmente opostos os triângulos são semelhantes pelo critério AA.

### Critério LLL ( lado - lado – lado)

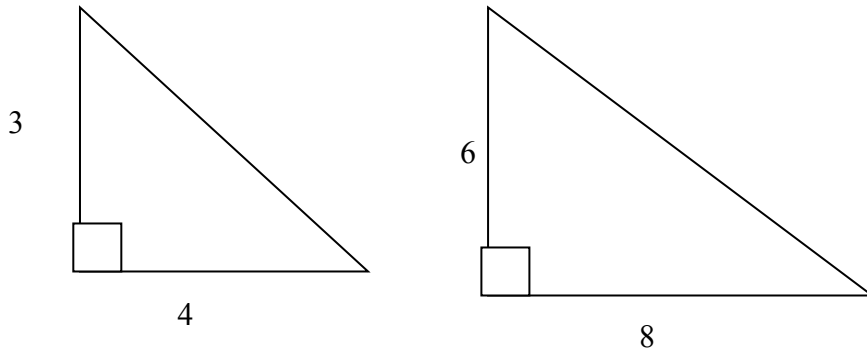


$$\frac{30}{10} = \frac{18}{6} = \frac{15}{5}$$

$$3 = 3 = 3$$

Os dois triângulos são semelhantes quando têm os três lados proporcionais.

### Cr terio LAL (lado –  ngulo – lado)



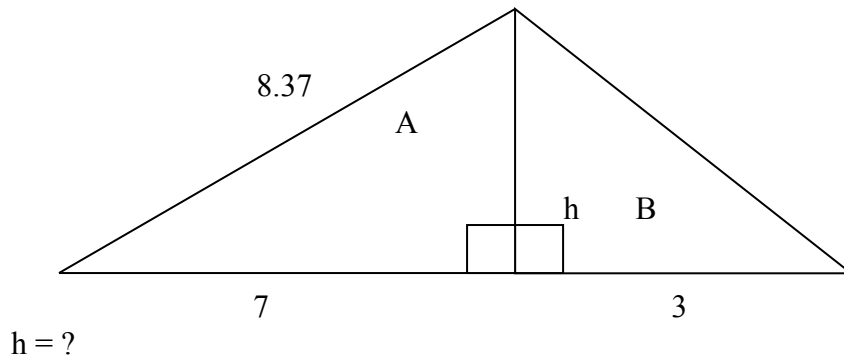
Os triângulos são semelhantes quando têm dois lados proporcionais e têm um ângulo igual.

Nota:



Neste caso não se pode concluir nada, porque o triângulo B não diz a medida dos dois lados que formam o  ngulo.

## Decomposição de um triângulo rectângulo pela altura



$$h^2 = 8.37^2 - 7^2$$

$$h^2 = 70,0569 - 49$$

$$h^2 = 21,0569$$

$$h = \sqrt{21.0569}$$

$$h = 4.5888$$

## Razão entre figuras semelhantes

Quando se faz a razão de semelhança entre duas figuras semelhantes a figura transformada é sempre a que é dividida, ou seja:

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{\text{Transformada}} \\ 4:2 = 2 \\ 4 \div 2 \\ \hline 2 \end{array}$$

Nas razões de semelhança também existe a razão entre os perímetros e as áreas. A razão entre os perímetros é igual à razão de semelhança e a razão entre as áreas é o quadrado da razão de semelhança e da razão entre os perímetros.

Exemplo:

$$4:2 = 2 - \text{razão de semelhança}$$

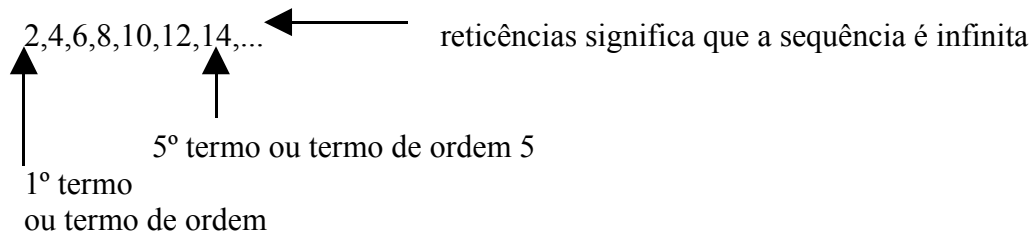
$$2 - \text{razão entre os perímetros}$$

$$2^2 = 4 - \text{razão entre as áreas}$$

## Sequências

Sequência de Fibonacci – 1,2,3,5,8...

Sequência dos números pares



Definição: Uma sequência de números é uma lista de números, normalmente relacionados entre si e escritos por uma certa ordem. Cada número é chamado algarismo. Para se formar uma sequência normalmente existe um termo geral.

Terminologia utilizada nas sequências

Termos: são os números de uma sequência.

Ordem: representa a posição em que se encontra o termo.

## Números primos

Números primos são os números que só têm dois divisores, o 1 e o próprio número.

Números primos { 2;3;5;7;11;13;17;19;23;... }

## Decomposição em factores primos

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline 10 = 2 \cdot 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ \hline \end{array}$$

$$80 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 5$$

## Máximo divisor comum

O máximo divisor comum de dois ou mais números, calcula-se determinando o produto dos factores comuns de menor expoente.

Exemplo:

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline 10 = 2 \cdot 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array}$$

$$80 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 5$$

$$\text{m.d.c}(80,45) = 2 \cdot 5$$

## Mínimo múltiplo comum

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números calcula-se determinando o produto de factores comuns e não comuns de maior expoente.

Exemplo:

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline 10 = 2 \cdot 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array}$$

$$80 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 5$$

$$\text{m.m.c}(80,45) = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 5$$

Nota:

$\text{m.d.c} \cdot \text{m.m.c} = \text{ao produto dos dois factores}$

## 2º Período

### Regras operatórias de potências

**Multiplicação de potências com a mesma base** – dá-se a mesma base e somam-se os expoentes.

Exemplo:

$$(-2)^2 * (-2)^3 = (-2)^5$$

**Multiplicação de potências com o mesmo expoente** – dá-se o mesmo expoente e multiplicam-se as bases.

Exemplo:

$$4^2 * 3^2 = 12^2$$

**Divisão de potências com o mesmo expoente** – dá-se o mesmo expoente e dividem-se as bases.

Exemplo:

$$4^2 : 3^2 = (4:3)^2$$

**Divisão de potências com a mesma base** – dá-se a mesma base e subtraem-se os expoentes.

Exemplo:

$$2^3 : 2^2 = 2$$

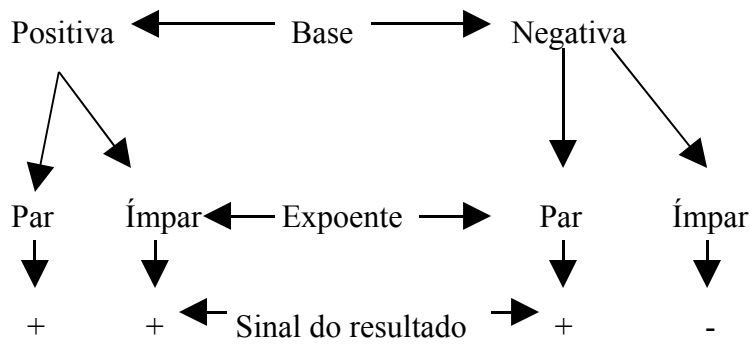
**Potência de potência** – multiplicam-se os expoentes.

Exemplo:

$$[3^2]^3 = 3^6$$

Nota: Qualquer número elevado a zero é igual a um.

Se não tiver expoentes nem bases iguais é obrigatório calcular o valor das potências.



**Potência de expoente negativo** — numa potência de expoente negativo troca-se a ordem dos factores, passando o expoente a positivo.

Exemplo:

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

## Expressões numéricas

1º Faz-se o que está entre os parênteses

2º Fazem as regras da multiplicação e da divisão se possível

3º Fazem-se as adições e subtracções

Exemplo:

$$2^2 + 6^3 : 3^3 * (4 : 2) =$$

$$2^2 + 6^3 : 3^3 * 2 =$$

$$2^2 + 3^3 * 2 =$$

$$2^2 + 27 * 2 =$$

$$2^2 + 54 =$$

$$4 + 54 =$$

$$58$$

## Potências de base 10

Todos os números se podem fazer a partir de uma potência de base 10. Quando queremos fazer um número muito grande é mais fácil utilizar este método pois é mais rápido.

Exemplo:

$$100 = 10^2$$

$$1000 = 10^3$$

$$200 = 2 * 10^2$$

$$2 = 200 * 10^{-2}$$

Quando se tem um número a multiplicar por dez e o dez com um expoente positivo então o número que está a multiplicar vai ter de “ganhar” umas casas decimais, quantas for o número do expoente de dez. Se o expoente de dez for um número positivo o número que está a multiplicar “perde” casas decimais e “ganha” zeros.

## Notação científica

Na notação científica é tudo muito parecido com as potências de base dez pois o número que vais ser a base da potência é o dez, mas nas potências de base dez o número a multiplicar pode ser qualquer um mas na notação científica esse número tem de ser maior ou igual a 1 e menor que 10.

Exemplo:

Notação científica –  $3,4 * 10^3$

Potências de base 10 –  $34 * 10^2$

## Comparação de números em notação científica

Se tivermos dois números positivos, o maior é o que tiver maior expoente.

Exemplo:

$$2 * 10^3 > 5 * 10^2$$

Se tivermos dois números e tiverem o mesmo expoente então comparam-se os números, sendo o maior o que tiver o número mais alto.

Exemplo:

$$2 * 10^2 \searrow 5 * 10^2$$

Se tivermos dois números negativos com expoente positivo/ negativo o maior é o de menor expoente.

Exemplo:

$$-2^2 \searrow -3^3 \quad -2^{-2} \searrow -3^{-3}$$

## Operações com números em notação científica e em potências de base 10

### Multiplicação

Os números a multiplicar por dez vão para um lado para se multiplicarem um pelo outro e as de potências com a base dez vão para o outro lado para se multiplicarem. Depois disto a potência com a base dez vai multiplicar pelo produto dos números que estavam a multiplicar pela potência.

Exemplo:

$$\begin{aligned} (3,11 * 10^2) * (0,42 * 10^3) &= \\ (3,11 * 0,42) * (10^2 * 10^3) &= \\ 1,302 * 10^5 & \end{aligned}$$

### Divisão

Os números a multiplicar por dez vão para um lado para se dividirem um pelo outro e as de potências com a base dez vão para o outro lado para se dividirem. Depois disto a potência com a base dez vai multiplicar pelo quociente dos números que estavam a multiplicar pela potência.

Exemplo:

$$\begin{aligned} (2 * 10^2) : (3 * 10^3) &= \\ (2 : 3) * (10^2 : 10^3) &= \\ 0,6 * 10^{-1} &= \\ 6 * 10^{-2} & \end{aligned}$$

## Adição e subtração de números em notação científica e em potências de base 10

### Expoentes iguais

Os números a multiplicar por dez vão para um lado para se somarem/subtraírem um pelo outro e a de potências com a base dez vai para o outro lado.. Depois disto a potência com a base dez vai multiplicar pelo resultado dos números que estavam a multiplicar pela potência.

Exemplo:

$$3,2 * 10^2 + 1,2 * 10^2 = (3,2 + 1,2) * 10^2 = 4,4 * 10^2$$

$$3,2 * 10^2 - 1,2 * 10^2 = (3,2 - 1,2) * 10^2 = 2 * 10^2$$

### Expoentes diferentes

O números que estão a multiplicar por dez vão para um lado, tendo o número que estava a multiplicar pela potência de menor expoente ter de ficar com mais casas decimais, quantas for a diferença de um expoente do doutro , passando o número do expoente menor igual ao maior. Depois disto a potência com a base dez vai multiplicar pelo resultado dos números que estavam a multiplicar pela potência.

Exemplo:

$$3,2 * 10^3 + 1,2 * 10^2 = (3,2 + 0,12) * 10^3 = 3,32 * 10^3$$

$$3,2 * 10^3 - 1,2 * 10^2 = (3,2 - 0,12) * 10^3 = 3,08 * 10^3$$

## Funções

Numa função existe sempre uma variável dependente e uma independente, um domínio e um contra domínio e um conjunto de chegada e outro de partida. Para ser função um conjunto de números precisa que os objectos (conjunto de partida) só vão dar a uma imagem (conjunto de chegada).

Lado	Perímetro
1	$4 * 1$
2	$4 * 2$
3	$4 * 3$
4	$4 * 4$
X	Y

Y depende de X ou Y é função de X

X – variável independente

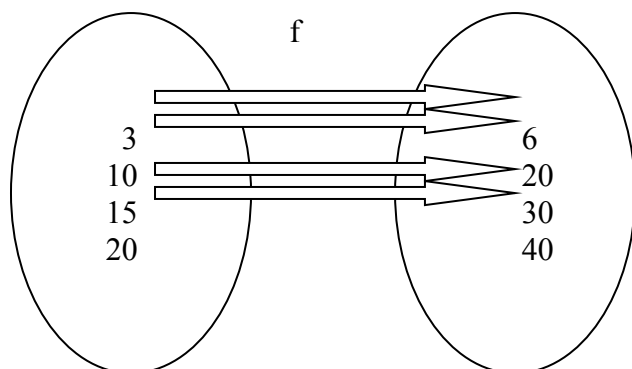
Y – variável dependente

Domínio – é o conjunto das variáveis independentes. Df

Contra domínio – são os números a que estão “ligados” os números do domínio. D’f

Conjunto de chegada – é o conjunto da variável dependente. C.C.

Exemplo:



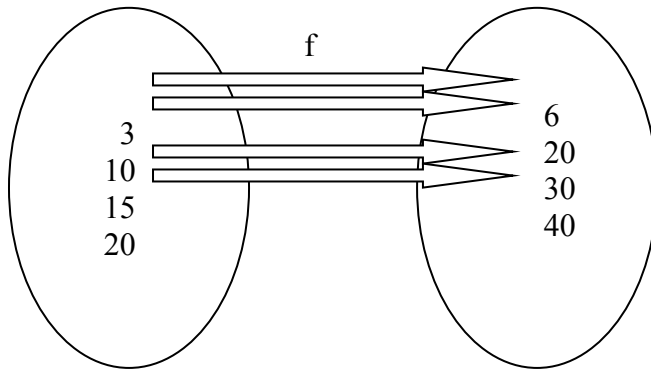
$$Df = \{ 3, 10, 15, 20 \}$$

$$D'f = \{ 6, 20, 30, 40 \}$$

$$C.C = \{ 6, 20, 30, 40 \}$$

## Formas de representar uma função

### Diagrama de setas



### Tabelas

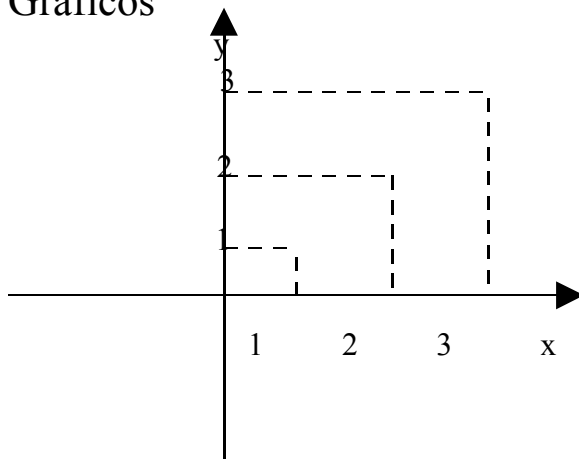
Lado	Perímetro
1	$4 * 1 = 4$
2	8
3	12
4	16

$$y = 4x$$

### Expressão analítica

$$f: \{1,2,3,4\} \longrightarrow \{4,8,12,16\}$$

### Gráficos



## Função de proporcionalidade directa

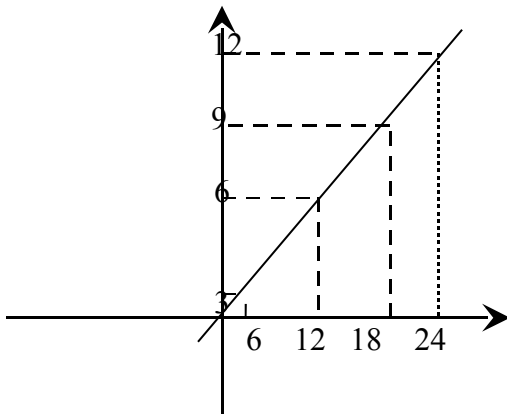
A função de proporcionalidade é uma razão que tem uma constante de proporcionalidade directa ( $k$ ). Se estas funções forem representadas graficamente os pontos estão alinhados sobre uma recta que vai passar pela origem do referencial.

Quantidade de lápis ( $x$ )	6	14	20	24
Preço \$ ( $y$ )	3	7	10	12

Exemplo:

$$K = 3:6 = 7:14 = 10:20 = 12:24$$

$$K = 0,5 = 0,5 = 0,5 = 0,5$$



## Funções afins

Função afim – função onde a expressão analítica é  $y = ax + b$ .

Função linear - função onde a expressão analítica é  $y = ax + b$  e  $b$  é igual a zero.

Função constante - função onde a expressão analítica é  $y = ax + b$  e  $a$  é igual a zero.

Função afim  $\longrightarrow$   $y = ax + b$

Função linear  $\longrightarrow$   $y = ax + b$ ;  $b = 0$

Função constante  $\longrightarrow$   $y = ax + b$ ;  $a = 0$

Nota:  $a$  - declive da recta

$b$  - ordenada na origem

## Conclusão

Este trabalho foi trabalhoso mas importante, pois relembrei matéria já esquecida do primeiro período.

## Bibliografia

Caderno diário de matemática do ano lectivo 2007/2008