CATÓLICA LISBON BUSINESS & ECONOMICS

Matemática I

1º Mini-teste

6 de Março de 2012

O teste tem a duração de 1h10m. Deve resolver os grupos em folhas separadas

Grupo I

1. Dado o sistema $\begin{cases} x+y+2z+w=a \\ x+2y+3z+4w=b \\ 2x+3y+6z+5w=c \\ -x+y+2z+kw=d \end{cases}$ com a,b,c,d e $k\in\Re$. **(4.0)**

Indique para que valores de k é possível resolver o sistema pela regra de Cramer.

2. Calcule o determinante $\begin{vmatrix} b-4a & 2b+6a & 2a \\ a-6b & 2a+9b & 3b \\ 2b & 4a+b & a \end{vmatrix}$ apresentando o resultado sob a forma de um produto de fatores em ordem a a e $b\in\Re$. **(4.0)**

3. Resolva a seguinte equação em ordem a x: $\begin{vmatrix} a_1 & 2a_2 & 3a_3 & 4a_4 & \dots & na_n \\ a_1 & x & 3a_3 & 4a_4 & \dots & na_n \\ a_1 & 2a_2 & x & 4a_4 & \dots & na_n \\ a_1 & 2a_2 & 3a_3 & x & \dots & na_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & 2a_2 & 3a_3 & 4a_4 & \dots & x \end{vmatrix}=0$ **(3.5)**

Grupo II

4. Uma matriz M diz-se ortogonal se $M^T=M^{-1}$.
Mostre que se A é ortogonal e se $B=AC$ é regular, então CB^{-1} é ortogonal. **(2.5)**

5. Considere a equação matricial: $\left[A^{-1}+X\left(B^T\right)^{-1}\right]^{-1}=(A^TB)^T$.

a. Admitindo que todas as matrizes são regulares, resolva a equação anterior, em ordem a X. **(3.5)**

b. Sabendo que todas as matrizes são de ordem n e que $B=I-2AC^3$ com $|C|=4$, calcule $|X|$. **(2.5)**