FINANÇAS I

2010/2011

Compilação de Resoluções de Testes

Cálculo Financeiro

Valorização de Activos Financeiros: Acções; Obrigações

Teoria de Gestão de Carteiras

CAPM

Valorização de Activos Financeiros: Opções

Cálculo Financeiro

Exercício 1

(1ª Frequência 2006/2007)

1)

$r_{mensal\ ef} = 0,5\%$

$\left(2.500 + 25 \times a_{\overline{156}|0,5\%}\right) \times 1,005^{156} = x \times a_{\overline{216}|0,5\%} \times 1,005^{216}$

$x = 29,25$

2)

$\frac{50.000}{1,0025^{60}} = 2.500 \times x\% \times a_{\overline{60}|0,25\%}^{g=1\%}$

$x\% = 22,9\%$

3)

Proposta Actual

$\left(2.500 \times a_{\overline{12}|0,25\%} \times 1,0025^{12} + 2.500 \times 12 \times 15\%\right) \times a_{\overline{30}|3,042\%}^{g=6\%}$

Proposta Alternativa

$\left(3.500 \times a_{\overline{12}|0,25\%} \times 1,0025^{12} + 3.500 \times 12 \times 15\%\right) \times a_{\overline{30}|3,042\%}^{g=4\%} + 5.000 \times a_{\overline{30}|3,042\%}^{g=2\%}$

Exercício 2

(1ª Frequência 2006/2007)

a)

$R = 5\%$; $g = 3\%$; $n = 11$

VA = $CF_4 \times a_{11|5\%}^{3\%} \times \frac{1}{1,05^3} = 10.000 \times \left(\frac{1}{0,05-0,03} - \frac{1,03^{11}}{(0,05-0,03) \times 1,05^{11}}\right) \times \frac{1}{1,05^3} =$

$10.000 \times 9,533356 \times 0,863838 =$ **82.353,72 Euros**

b)

$R_r = \frac{1,05}{1,02} - 1 = 2,9412\%$; $g_r = \frac{1,03}{1,02} - 1 = 0,9804\%$; $n = 11$

$CF_4^r = \frac{10.000}{1,02^4} = 9.238,454$

VA = $CF_4^r \times a_{11|2,9412\%}^{0,9804\%} \times \frac{1}{1,029412^3} =$

$9.238,454 \times \left(\frac{1}{0,029412 - 0,009804} - \frac{1,009804^{11}}{(0,029412 - 0,009804) \times 1,029412^{11}}\right) \times \frac{1}{1,029412^3} =$

$9.238,454 \times 9,724023 \times 0,916711 =$ **82.353,72 Euros**

Exercício 3

(1ª Frequência 2006/2007)

a)

Ano	nº obrig. vivas	Valor Nominal	Juro	Nº reembolsos	Amortização	Prestação	Obrigações mortas
1	100000	500000,000	32500,0	3225,8	16129,0	48629,0	3226
2	96774	483870,968	36290,3	6451,6	32258,1	68548,4	9677
3	90323	451612,903	24838,7	12903,2	64516,1	89354,8	22581
4	77419	387096,774	23225,8	25806,5	129032,3	152258,1	48387
5	51613	258064,516	16774,2	51612,9	258064,5	274838,7	100000
				100000			

b) Duração média das obrigações:

Seja X_t, o número de obrigações a amortizar no período t:

$$\text{Vida media obrigaçoes} = \frac{t \times X_t}{\sum_{t=1}^{n} X_t} = \frac{3225,8 \times 1 + 6451,6 \times 2 + 12903,2 \times 3 + 25806,5 \times 4 + 51612,9 \times 5}{100000} = 4,16$$

c) w – Taxa efectiva encargo financeiro;

Se a empresa enfrenta uma taxa w =6,731%

$$P_e \times N + D_e = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{C_k + J_k}{(1+w)^i} \right)$$

$$P_e \times 100.000 = \frac{48629}{1,06731} + \frac{68548,4}{1,06731^2} + \frac{89354,8}{1,06731^3} + \frac{152258,1}{1,06731^4} + \frac{274838,7}{1,06731^5}$$

$$P_e = 4,95$$

Exercício 4

(Exame 2006/2007)

a)

$R_M = \frac{3\%}{12} = 0{,}25\%$

Valor a poupar até daqui a 12 anos = 25.000 euros

N = 120 (10 anos a poupar)

As prestações terão início daqui a 25 meses, no mês seguinte ao 8º aniversário do filho.

VA = $\frac{25.000}{1{,}0025^{144}} =$ **17.449,75 Euros**

$$\frac{25.000}{1{,}0025^{144}} = CF_{25} \times a_{n|i} \times \frac{1}{1{,}0025^{24}} \Leftrightarrow \frac{25.000}{1{,}0025^{144}} = CF_{25} \times \left(\frac{1}{0{,}0025} - \frac{1}{0{,}0025 \times 1{,}0025^{120}} \right) \times \frac{1}{1{,}0025^{24}} \Leftrightarrow$$

$$17.449{,}75 \times 1{,}0025^{24} = CF_{25} \times 103{,}56 \Leftrightarrow CF_{25} = \mathbf{178{,}9\ Euros}$$

b)

r = 0,3%
g = 0,2%
CF_6 = 150 euros
n = 100

$$VA = 150 \times a_{n|i}^{g=0,25\%} \times \frac{1}{1{,}003^5} \Leftrightarrow VA = \frac{CF_6}{0{,}003 - 0{,}0025} \times \left(1 - \frac{1{,}0025^{100}}{1{,}003^{100}} \right) \times \frac{1}{1{,}003^5} \Leftrightarrow$$

VA = **14.375,12 Euros**

CF_{50} = $150 \times (1 + 0{,}25\%)^{49}$ = **169,52 Euros**

Ou

$CFr = \frac{150}{1{,}0025^6} = 147{,}77$ Euros ; R_r = $\frac{1{,}003}{1{,}0025} - 1 = 0{,}04988\%$

$$VA = 147{,}77 \times \left(\frac{1}{0{,}00004988} - \frac{1}{0{,}00004988 \times 1{,}00004988^{100}} \right) \times \frac{1}{1{,}00004988^5} = \mathbf{14.375{,}12\ Euros}$$

CF_{50}^{r} = **147,77 Euros**

CF_{50} = $147{,}77 \times (1 + 0{,}25\%)^{55}$ = **169,52 Euros**

Valorização de Activos Financeiros: Acções

Exercício 5

(Exame 2002/2003)

a) Calculo da taxa de remuneração mínima exigida:

$$r = r_f + (r_m - r_f) \times \beta = 10\% + 5\% \times 0,4 = 12\%$$

Calculo da taxa de crescimento:

$$g = RCP \times 70\% \text{ e } RCP = \frac{RL}{CP} = \frac{1,5 \times 80000}{1000000} = 0,12 \text{ Logo, } g = 0,12 \times 70\% = 8,4\%$$

$$P_0 = \left[\frac{RLA \times 0,3}{r-g} \times \left(1 - \frac{(1+g)^5}{(1+r)^5}\right)\right] \times (1+r)^{0,75} = \left[\frac{1,5 \times 0,3}{0,12 - 0,084} \times \left(1 - \frac{1,084^5}{1,12^5}\right)\right] \times (1,12)^{0,75} = 2,05$$

b) Precisamos de determinar o VALOC dos investimentos, que será dado diferença entre o preço das acções com crescimento menos o preço das acções sem crescimento. Como a evolução macro-económica afecta novos e antigos investimentos (RCP) para o calculo de P_0 sem crescimento temos que ter em conta o impacto nos antigos investimentos. $VALOC = P_{0c/cresc.} - P_{0s/cresc.}$

Com Crescimento:

	Daqui a 3 meses	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
SLA	12,5	13,55	14,83	16,38	17,98	19,74
RLA	1,5	1,83	2,22	2,29	2,52	3,16
RCP	12%	13,5%	15%	14%	14%	16%
Tx. Retenção	70%	70%	70%	70%	70%	70%
Investimento	1,05	1,28	1,55	1,6	1,76	2,21
Dividendos	0,45	0,55	0,67	0,69	0,76	0,95

$$P_{0c/cresc.} = \left[0,45 + \frac{0,55}{1,12} + \frac{0,67}{1,12^2} + \frac{0,69}{1,12^3} + \frac{0,76}{1,12^4} + \frac{0,95}{1,12^5}\right] \times \frac{1}{1,12^{0,25}} = 2,9$$

Sem crescimento:

	Daqui a 3 meses	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
SLA	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5
RLA	1,5	1,69	1,875	1,75	1,75	2
RCP	12%	13,5%	15%	14%	14%	16%
Tx. Retenção	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Investimento	0	0	0	0	0	0
Dividendos	1,5	1,69	1,875	1,75	1,75	2

$$P_{0s/cresc.} = \left[1,5 + \frac{1,69}{1,12} + \frac{1,875}{1,12^2} + \frac{1,75}{1,12^3} + \frac{1,75}{1,12^4} + \frac{2}{1,12^5}\right] \times \frac{1}{1,12^{0,25}} = 4,378$$

$$P_{0c/cresc.} = 2,9 \qquad VALOC = 2,9 - 4,378 = -1,478$$

c)

$$NGO_{3meses}=\left[-1,05+\frac{1,05\times 13,5\%}{1,12}+\frac{1,05\times 15\%}{1,12^2}+\frac{1,05\times 14\%}{1,12^3}+\frac{1,05\times 14\%}{1,12^4}+\frac{1,05\times 16\%}{1,12^5}\right]=-0,4636$$

$$NGO_{01}=\left[-1,28+\frac{1,28\times 15\%}{1,12}+\frac{1,28\times 14\%}{1,12^2}+\frac{1,28\times 14\%}{1,12^3}+\frac{1,28\times 16\%}{1,12^4}\right]=-0,708$$

$$NGO_{02}=\left[-1,55+\frac{1,55\times 14\%}{1,12}+\frac{1,55\times 14\%}{1,12^2}+\frac{1,55\times 16\%}{1,12^3}\right]=-1,0067$$

$$NPVGO_{3meses}=-\frac{0,4636}{1,12^{0,25}}=-0,45 \quad NPVGO_{01}=-\frac{0,708}{1,12^{1,25}}=-0,614 \quad NPVGO_{02}=-\frac{1,0067}{1,12^{2,25}}=-0,78$$

d)

$$P_3=\frac{Div_4}{1,12}+\frac{Div_5}{1,12^2}=\frac{0,76}{1,12}+\frac{0,95}{1,12^2}=1,159$$

$$P_3^*=Div_3+\frac{Div_4}{1,12}+\frac{Div_5}{1,12^2}=0,69+\frac{0,76}{1,12}+\frac{0,95}{1,12^2}=1,849$$

Se o Diogo receber o dividendo do momento 3 realizou um bom negócio: Lucro=1,5-1,159=0,341 euros. Se não receber o dividendo tem uma perda = 1,5-1,849=-0,349.

e)

e_1)

$$RCP_{GO3meses}=\frac{(1,83-1,5)}{1,05}=31,43\% \quad RCP_{GO1}=\frac{(2,22-1,83)}{1,28}=30,5\%$$

$$RCP_{GO2}=\frac{(2,29-2,22)}{1,55}=4,516\% \quad RCP_{GO3}=\frac{(2,52-2,29)}{1,6}=14,375\%$$

e_2)

$$RCP_2=\frac{12,5}{14,83}\times 12\%+\frac{1,05}{14,83}\times 31,43\%+\frac{1,28}{14,83}\times 30,5\%=15\%$$

$$RCP_3=\frac{12,5}{16,38}\times 12\%+\frac{1,05}{16,38}\times 31,43\%+\frac{1,28}{16,38}\times 30,5\%+\frac{1,55}{16,38}\times 4,516\%=14\%$$

Exercício 6

(Exame Final 2003/2004)

a) Quadro com evolução da empresa**:**

Euros, excepto *	**Ontem**	**Ano 1**	**Ano 2**	**Ano 3**	**Ano 4 e seguintes**
Situação Líquida	100	120	124	129	135
RCP *	20%	20,83%	19,84%	19,26%	15%
LPA	20	25	24,6	24,85	20,25
Taxa Retenção *	100%	16,00%	20,33%	24,14%	10%
Investimento	20	4	5	6	2,025
Dividendo	0	21	19,6	18,85	18,225

$$\left(SL_0 = \frac{20}{0.2} = 100 \right)$$

$$\left(I_0 = TxR_0 \times LPA_0 = 20 \times 100\% = 20 \right)$$

$$\left(Div_0 = RL_0 - I_0 = 20 - 20 = 0 \right)$$

$$\left(SL_1 = 100 + 20 = 120 \right)$$
$$\left(LPA_1 = SL_0 \times RCP_{SL0} + I_0 \times RCP_{I0} = 100 \times 20\% + 20 \times 25\% = 25 \right)$$

$$\left(RCP_1 = \frac{LPA_1}{SL_1} = \frac{25}{120} = 20{,}83\% \right) \qquad \left(I_1 = \frac{I_1}{LPA_1} = \frac{4}{25} = 16\% \right)$$

$$\left(LPA_2 = SL_0 \times RCP_{SL0} + I_0 \times RCP_{I0} + LPA_{I1} = 100 \times 20\% + 20 \times 20\% + 0{,}6 = 24{,}6 \right)$$

$$\left(LPA_3 = SL_0 \times RCP_{SL0} + I_0 \times RCP_{I0} + LPA_{I1} + LPA_{I2} = 100 \times 20\% + 20 \times 20\% + 0{,}6 + 0{,}25 = 24{,}85 \right)$$

$$\left(SL_4 = 100 \times 1{,}35 = 135 \right) \qquad \left(RCP_4 = 15\% \right) \qquad \left(LPA_4 = 135 \times 15\% = 20{,}25 \right)$$

$$\left(I_4 = TxR_4 \times LPA_4 = 10\% \times 20{,}25 = 2{,}025 \right)$$

A partir do ano 4, $g = TxR \times RCP = 10\% \times 15\% = 1{,}5\%$.

Pelo que: $P_0 = \frac{21}{1{,}15} + \frac{19{,}6}{1{,}15^2} + \frac{18{,}85}{1{,}15^3} + \frac{18{,}225}{(0{,}15 - 0{,}015)} \times \frac{1}{1{,}15^3} = 134{,}24$

b) Então a evolução da empresa deverá ser a seguinte:

Euros, excepto *	**Ontem**	**Ano 1**	**Ano 2**	**Ano 3**	**Ano 4 e seguintes**
Situação Líquida	100	120	120	120	120
RCP *	20%	20,83%	20,00%	20,00%	15%
LPA	20	25	24	24	18
Taxa Retenção *	100%	0,00%	0,00%	0,00%	0%
Investimento	20	0	0	0	0
Dividendo	0	25	24	24	18

$$\left(LPA_1 = SL_0 \times RCP_{SL0} + I_0 \times RCP_{I0} = 100 \times 20\% + 20 \times 25\% = 25\right)$$

$$\left(Div_1 = RL_1 - I_1 = 25 - 0 = 25\right)$$

$$\left(SL_1 = SL_2 = SL_3 = SL_4 = SL_0 + I_0 = 100 + 20 = 120\right) \qquad \left(LPA_4 = 120 \times 15\% = 18\right)$$

$$P_0 = \frac{25}{1{,}15} + \frac{24}{1{,}15^2} + \frac{24}{1{,}15^3} + \frac{18}{0{,}15} \times \frac{1}{1{,}15^3} = 134{,}57$$

c)

Pelo 1º método:

$VALOC = P_{0c/cresc} - P_{0s/cresc} = 134{,}24 - 134{,}57 = -0{,}33$ Euros

Pelo 2º método: $VALOC = \sum \frac{VAL_{It}}{(1+r)^t}$

$VAL_{I1} = -4 + \frac{0{,}6}{0{,}15} = 0$ por ter a mesma rendibilidade da taxa de desconto.

$VAL_{I2}^2 = -5 + \frac{0{,}25}{1{,}15} + \frac{5 \times 15\%}{0{,}15} \times \frac{1}{1{,}15} = -0{,}43 \quad VAL_{I2}^0 = \frac{-0{,}43}{1{,}15^2} = -0{,}33$

$VAL_{I3-\infty} = 0$ por ter a mesma rendibilidade da taxa de desconto.

VALOC = -0,33 Euros

R: Se puder, prescindo de realizar investimento I2, implicando o aumento do preço da acção em 0,33 para 134,57 Euros

Exercício 7

(1ª Frequência 2004/2005)

	Ontem	**2005**	**2006**	**2007**
SL	720/0,16=4500	5000	5747	6747
Peso da SL_{N-1} na SL_N de cada ano	**-**	**90%**	**87%**	**85,18%**
RCP	**16%**	**17%**	**18%**	**14%**
Lucro	**720**	850	**1034,46**	944,58
investimentos	500	747	1000	243
Dividendo	220	103	34,46	701,58
Taxa Retenção	69,4%	87,88%	96,667%	25,725%
Rentabilidade dos Inv.		24,7%	-8,99%	14%

a) Ontem

$$SL_{-1} = \frac{720}{0,16} = 4500 = 90\% \times SL_0 \Rightarrow SL_0 = \frac{4500}{0,9} = 5000$$

$$Inv_{ontem} = 500 \Rightarrow Div_{ontem} = 720 - 500 = 220$$

Momento 1

$$SL_0 = 5000 = 87\% \times SL_1 \Rightarrow SL_1 = 5747$$

$$RLA_1 = 5000 \times 17\% = 850$$

$$Inv_1 = 5747 - 5000 = 747 \Rightarrow Div_1 = 850 - 747 = 103$$

Momento 2

$$SL_1 = 5747 = 85,18\% \times SL_2 \Rightarrow SL_2 = 6747$$

$$RCP_2 = \frac{1034,46}{5747} = 18\%$$

$$Inv_2 = 6747 - 5747 = 1000 \Rightarrow Div_2 = 1034,46 - 1000 = 34,46$$

Momento 3

$$SL_2 = 6747$$

$$RLA_3 = 6747 \times 18\% = 944,58$$

$$g = 14\% \times Tx.ret. \Rightarrow Tx.\text{Re}t. = \frac{243}{944,58} = 25,725\% \Rightarrow g = 3,6\%$$

$$Inv_3 = 243 = 1000 \Rightarrow Div_2 = 944,58 - 243 = 701,58$$

$$P_0 = \frac{103}{1,1} + \frac{34,46}{1,1^2} + \frac{701,58}{0,1 - 0,036} \times \frac{1}{1,1^2} = 9181,77$$

b) Rentabilidade dos Investimentos: Dado que a evolução da RCP se deve aos novos investimentos temos que:

$$RCP_{NGO1} = \frac{1034,46 - 850}{747} = 24,7\%$$

$$RCP_{NGO2} = \frac{944,58 - 1034,46}{1000} = -8,98\%$$ A empresa deve abdicar do investimento do momento 2.

$$RCP_{NGO3} = \frac{944,58 \times 1,036 - 944,58}{243} = 14\%$$

Calculo dos NGO's:

$$NGO_1 = -747 + \frac{(1034,46 - 850)}{0,1} = 1097,6 \qquad NGO_2 = -1000 + \frac{(944,58 - 1034,46)}{0,1} = -1898,8$$

$$NGO_3 = -243 + \frac{(944,58 \times 1,036 - 944,58)}{0,1} = 97,0488$$

$$VALOC = \frac{1097,6}{1,1} + \frac{-1898,8}{1,1^2} + \frac{97,0488}{0,1 - 0,036} \times \frac{1}{1,1^2} = 681,775$$

2. a) Como a SL em valor é de 100.000 euros e o valor contabilístico por acção de 10 euros então a empresa tem 10.000 acções.

	2004
SL	10
RL	18.000/10.000=1.8
RCP	1.8/10=18%

$$P_0 = \frac{EPS_1}{r} = \frac{1,8}{0,1} = 18 \quad \text{e a } RCP = \frac{RLA}{SLA} = \frac{1,8}{10} = 18\%$$

b)

Quadro do valor dos investimentos por acção:

	2005	2006	2007
Investimento Total	1,5	0,6	0,5

Os investimentos acabam em 2007 e os investimentos de 2006 e 2007 tem efeito na rentabilidade da SL de Ontem, que é de 10 euros por acção.

Calculo dos NGO's: $NGO_1 = -1,5 + \frac{1,5 \times 15\%}{0,1} \times \left[1 - \frac{1}{1,1^5}\right] = -0,647$

cálculo conjunto do NGO de 2006 e 2007:

$$NGO_2 = -0,6 + \frac{0,6 \times 20\%}{1,1} + \frac{0,6 \times 25\%}{0,1} \times \frac{1}{1,1} + \frac{10 \times (20\% - 18\%)}{1,1} - \frac{0,5}{1,1} + \frac{0,5 \times 25\%}{0,1} \times \frac{1}{1,1}$$
$$+ \frac{10 \times (25\% - 18\%)}{0,1} \times \frac{1}{1,1} = 8,1$$

$$VALOC = \frac{-0,647}{1,1} + \frac{8,1}{1,1^2} = 6,11$$

$$P_{0_{com\_cres}} = P_{0_{s/cresc}} + VALOC = 18 + 6,11 = 24,11$$

Exercício 8

(1ª Frequência 2005/2006)

a)

	Amanhã	Ano 1	Ano 2	Ano 3
SL	1000	1020	1050.42	1071.126
RCP	10%	9.94%	9.86%	9.8
LPA	100	101.4	103.53	104,98
Taxa de retenção	20%	30%	20%	0%
Investimento	20	30.42	20.706	0
Payout ratio	50%	70%	80%	100%
Dividendo	80	70,98	82.82	104,98

b) Preço Só-nai Ind. = $P_0^{ind} = 80 + \frac{70,98}{1,08} + \frac{82,82}{1,08^2} + \frac{104,98}{1,08^2 * 0,08} = $ =1341,76

Preço Só-naicom = $P_0^{com} = \frac{43.055}{1.28^2 * 0.28 - 0.175} = 250.27$ g=0.5*0.35=0.175

Preço Só-nai SGPS = $P_0^{Sgps} = P_0^{com} + P_0^{Ind} = 1341.7 + 250.27 = 1592.03$

c) $NGO_0 = -20 + \frac{20*0.07}{0.08} =$ -2.5 ; $NGO_1 = -30.42 + \frac{30.42*0.07}{0.08} =$ -3.8025

$NGO_2 = -20.74 + \frac{20.74*0.07}{0.08} =$ -2.5925

NPVGO = $= -2.5 - \frac{3.8025}{1.08} - \frac{2.5925}{1.08^2}$ =-8.24

Comentário: Maximiliano Só-nai tem razão no que diz. Os investimentos previstos pela Só-nai Indústria irão destruir valor. Logo é uma boa decisão pará-los imediatamente. Aliás, isto era previamente constatável, dado que o custo de capital da Só-nai Indústria era superior à taxa de rendibilidade dos investimentos.

d) O valor dos investimentos em carteira referidos por Paulo Só-nai é:

$$NGO_0 = -20 + \frac{20*0.34}{1.28} + \frac{20*0.345}{1.28^2} + \frac{20*0.35}{1.28^2 * 0.28} = 4.78$$

$$NGO_1 = \frac{30*0.2}{0.28} + \frac{80*0.01}{1.28*0.28} = -6.35$$

$$NGO_2 = -20 + \frac{5}{0.28} * (1 - \frac{1}{1.28^{20}}) = -12,69$$

Comentário: O facto de as rentabilidades dos capitais próprios serem superiores em todos os projectos apresentados pela Só-naiCom relativamente aos da Só-nai Indústria, não significa que os Investimentos da Só-naiCom sejam melhores. Isto porque a rentabilidade exigida por projectos da Só-naiCom é também maior. A rentabilidade dos capitais investidos não é um critério válido para se fazer a avaliação ou comparação de investimentos. A proposta de Paulo Só-nai irá destruir menos valor do que os investimentos feitos na Só-nai Indústria, mas destruirá valor à mesma.

Sugestão: A melhor solução deveria ser transferir apenas os fundos relativos ao investimento a realizar amanhã, já que este apresenta NGO positiva, e portanto cria valor.

Exercício 9

(Exame 2005/2006)

a) (1,5 val.) Complete a tabela dada, apresentando os cálculos efectuados.

	Amanhã	**Ano 1**	**Ano 2**	**Ano 3**
Situação Líquida Cont.	30000	32250	34582.5	36020.25
RCP	15%	14.46%	13.85%	13.5%
LPA	4500	4665	4792.5	4864.4175
Rácio Retenção	50%	50%	30%	25%
Payout ratio	50%	50%	70%	75%
Resultados Retidos	2250	2332.5	1437.75	1216.10
Dividendo	2250	2332.5	3354.75	3648.313

b) (1,5 val.) Admita que o dividendo de amanhã ainda não foi distribuído. Qual a cotação das acções sem os novos investimentos? E com os novos investimentos?

$$P_0^{s/cresc} = 4500 + \frac{15000*0,14+15000*0,15}{(1,12)} + \frac{15000*0,13+15000*0,15}{(1,12)^2}$$
$$+\frac{15000*0,12+15000*0,15}{(1,12)^2*0,12} = 38637,43$$

$$P_0^{c/cresc} = 2250 + \frac{2332,5}{1,12} + \frac{3354,25}{1,12^2} + \frac{3648,313}{1,12^2*(0,12-0,03375)} = 40727,70 \quad g = 0,135*0,25 = 0,03375$$

c) (1,5 val.) Calcule o VALOC dos novos investimentos, pelos dois métodos que conhece.

$$VALOC = P_0^{c/cresc} - P_0^{s/cresc}$$
$$VALOC = 40727,7 - 38637,43 = 2090,26$$

$$VAL_0 = -2250 + \frac{2250*0,14}{1,12} + \frac{2250*0,13}{1,12^2} + \frac{2250*0,12}{0,12*1,12^2} = 58,11$$
$$VAL_1 = -2332,5 + \frac{300}{0,12}$$
$$VAL_2 = -1437,75 + \frac{1437,75*0,17}{0,12} = 167,5$$
$$VAL_3 = 1216,1 + \frac{1216,1*0,135}{0,12} = 152,0125$$
$$VALOC = 58,11 + \frac{167,5}{1,12} + \frac{599,0625}{1,12^2} + \frac{152,0125}{1,12^2*(0,12-0,03375)} = 2090,26$$

d) (0,5 val.) Calcule o payback period associado ao investimento que será realizado no ano 1.

Payback Period=2332,5/300=7,775 anos

Exercício 10

(1ª Frequência 2006/2007)

1) $P_{0 \text{ TPM s/cresc}} = \frac{LPA_1}{r} = \frac{2,25}{0,1} = 22,5$

2) $NPVGO_{TPM} = P_{0 \text{ c/cresc}} - P_{0 \text{ s/cresc}} = 25,2 - 22,5 = 2,7$

3)

Pós-fusão: 30.000.000

Antes fusão: $25,2 \times 1.000.000 + 6,64 \times 500.000 = 28.520.000$

Vale a pena investir.

4)

$$P_{0 \text{ MPT c/cresc}} = \frac{0,625 + 0,025 - 0,5}{1,1} + \frac{0,625 + 0,01875 + 0,125}{1,1^2} + \frac{0,625 + 0,01 + 0,075}{0,1} \times \frac{1}{1,1^2} \approx 6,64$$

5)

$NPVGO_{PTM} = P_{0 \text{ c/cresc}} - P_{0 \text{ s/cresc}}$

$$P_{0 \text{ s/cresc}} = \frac{0,625 + 0,025}{1,1} + \frac{0,625 + 0,01875}{1,1^2} + \frac{0,625 + 0,01}{0,1} \times \frac{1}{1,1^2} \approx 6,37$$

$NPVGO_{PTM} \approx 0,27$

Alternativa:

$$NPVGO_{PTM} = \frac{-0,5}{1,1} + \frac{0,125}{1,1^2} + \frac{0,075}{0,1} \times \frac{1}{1,1^2} \approx 0,27$$

6)

$$NPVGO_{TPM} = 2,7 = \frac{NGO_1}{1,1} + \frac{NGO_2}{1,1^2} + \frac{NGO_3}{0,1 - 0,03} \times \frac{1}{1,1^2}$$

$(=) RCP_{inv} = 29,93\% \approx 30\%$

	0	**1**	**2**	**3**	**4**
LPA	2	2,25	2,25+0,1×30%= 2,28	2,28+0,1×30%= 2,31	2,31+0,1×30% = 2,34
Div	1	2,15	2,18	2,21	2,237
Inv	1	0,1	0,1	0,1	0,103

Exercício 11

(2ª Frequência 2006/2007)

a)

Valores por acção e em Euros	Amanhã	1º ano	2º ano	3º ano e seguintes
Sit. Liq. Contabilística $_{t-1}$	6,000	6,330	6,670	7,020
RCP	11,000%	10,742%	10,490%	10,000%
Lucro por acção	0,660	0,680	0,700	0,702
Rácio de distribuição	50%	50%	50%	50%
Rácio de retenção	50%	50%	50%	50%
Investimento	0,330	0,340	0,350	0,351
Dividendo	0,330	0,340	0,350	0,351

Com: $SL_{-1} = \dfrac{60.000.000}{10.000.000} = 6$; $LPA_0 = \dfrac{6.600.000}{10.000.000} = 0,66$; $I_0 = 0,66 \times 50\% = 0,33$; $DIV_0 = 0,66 - 0,33 = 0,33$

$$I_1 = 0,34 \; ; \; LPA_1 = \frac{0,34}{50\%} = 0,68 \, ; SL_0 = SL_{-1} + I_0 = 6 + 0,33 = 6,33 \, ; RCP_1 = \frac{0,68}{6,33} = 10,742\%$$

$$I_2 = 0,35 \; ; \; LPA_2 = \frac{0,35}{50\%} = 0,7 \, ; SL_1 = SL_0 + I_1 = 6,33 + 0,34 = 6,67 \, ; RCP_2 = \frac{0,7}{6,67} = 10,49\%$$

$$SL_2 = SL_1 + I_2 = 6,67 + 0,35 = 7,02 \, ; RCP_3 = \frac{0,702}{7,02} = 10\% \, ; I_3 = 0,702 \times 50\% = 0,351;$$

b)

$$g = 10\% \times 50\% = 5\% \; ; \; P_0 = 0,33 + \frac{0,34}{1,1} + \frac{0,35}{1,1^2} + \frac{0,351}{0,1 - 0,05} \times \frac{1}{1,1^2} = 6,73 \text{ euros}$$

c)

$$P_0 s/cres = 0,66 + \frac{0,66}{1,1} + \frac{0,66}{1,1^2} + \frac{6 \times 10\%}{0,1} \times \frac{1}{1,1^2} = 6,764 \text{ euros}$$

$$VALOC = P_0 - P_0 \, s/cres = 6,73 - 6,761 = -0,034 \text{ euros}$$

Investimento Expansão:

$$VAL_0 = -0,33 + \frac{0,68 - 0,66}{1,1} + \frac{0,68 - 0,66}{1,1^2} + \frac{0,33 \times 10\%}{0,1} \times \frac{1}{1,1^2} = -0,023 \text{ euros}$$

$$VAL_1 = -0,34 + \frac{0,7 - 0,68}{1,1} + \frac{0,34 \times 10\%}{0,1} \times \frac{1}{1,1} = -0,013 \text{ euros} \; ; \; VAL_2 = -0,35 + \frac{0,35 \times 10\%}{0,1} = 0$$

$$\text{VAL expansão}_0 = -0,023 + \frac{-0,013}{1,1} + \frac{0}{1,1^2} = -0,034 \text{ euros}$$

$$\text{Val manutenção}_0 = \left(-0,351 + \frac{0,351 \times 10\%}{0,1} \right) \times \frac{1}{(0,1 - 0,05) \times 1,1^2} = 0$$

$$VALOC = VAL\,\exp + VALman = -0,034 + 0 = -0,034 \text{ euros}$$

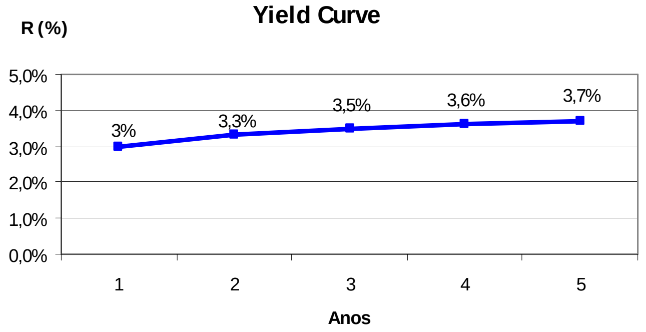
Os investimentos em Expansão não deveriam ser realizados, uma vez que têm um VAL = -34 mil Euros. Os investimentos em Manutenção não trazem acréscimos de riqueza, uma vez que têm um VAL = 0.

Valorização de Activos Financeiros: Obrigações

<u>Exercício 12</u>

(1ª Frequência 2006/2007)

a)



b)

$$B_0^A = \frac{5}{1{,}03} + \frac{105}{1{,}033^2} = \textbf{103,2529 Euros}$$

$$B_0^B = \frac{12}{1{,}03} + \frac{12}{1{,}033^2} + \frac{12}{1{,}035^3} + \frac{112}{1{,}036^4} = \textbf{130,9446 Euros}$$

$$B_0^C = \frac{4}{1{,}03} + \frac{4}{1{,}033^2} + \frac{4}{1{,}035^3} + \frac{104}{1{,}036^4} = \textbf{101,5204 Euros}$$

c)

Yield		**Duration**	
YA<	3,3%	DA<	2
YB<	3,6%	DB<	4
YC<	3,6%	DC<	4
YC> YB> YA		DC> DB> DA	

d)

$$D_C = \frac{1\times\frac{4}{1{,}03} + 2\times\frac{4}{1{,}033^2} + 3\times\frac{4}{1{,}035^3} + 4\times\frac{104}{1{,}036^4}}{101{,}5204} = \textbf{3,7759 anos}$$

e)

$$\frac{\Delta B_0^C}{B_0} \approx -\frac{D}{1+y}\Delta r \approx -\frac{3{,}7759}{1{,}036}\times 0{,}5\% \approx \textbf{-1,82\%;}\ B'^C_0 = 101{,}5204\times(1-0{,}0182) = \textbf{99,6703 Euros}$$

f)

$$B_1^C = \frac{4}{1{,}03} + \frac{4}{1{,}033^2} + \frac{104}{1{,}035^3} = 101{,}4341 \text{ Euros}$$

Rendimento = Ganho CF + Ganho Capital

Rend = $\frac{CF}{B_0} + \frac{B_1 - B_0}{B_0} = \frac{4}{101{,}5204} + \frac{101{,}4341 - 101{,}5204}{101{,}5204} = 3{,}94\% - 0{,}085\% = \textbf{3,855\%}$

Exercício 13

(Exame 2006/2007)

a)

$$B_0^A = \frac{6}{1,05} + \frac{6}{1,048^2} + \frac{106}{1,045^3} = 104,06$$

$$B_0^B = \frac{5}{1,05} + \frac{5}{1,048^2} + \frac{5}{1,045^3} + \frac{5}{1,044^4} + \frac{105}{1,043^5} = 102,97$$

$$B_0^C = \frac{8}{1,05} + \frac{8}{1,048^2} + \frac{8}{1,045^3} + \frac{8}{1,044^4} + \frac{108}{1,043^5} = 116,15$$

b)

$y_A >\approx 4,5\%$, $y_B >\approx 4,3\%$, $y_C >\approx 4,3\%$, $y_A > y_C > y_B$.

$D_A <\approx 3$, $D_B <\approx 5$, $D_C <\approx 5$, $D_A < D_C < D_B$.

c)

$$B_1^C = \frac{8}{1,05} + \frac{8}{1,048^2} + \frac{8}{1,045^3} + \frac{108}{1,044^4} = 112,83$$

Rendimento = Ganho CF + Ganho Capital

$$r_{0/1} = \frac{CF_1}{B_0} + \frac{B_1 - B_0}{B_0} = \frac{8}{116,15} + \frac{112,83 - 116,15}{116,15} = 6,89\% - 2,86\% = 4,03\%$$

Teoria de Gestão de Carteiras – CAPM

Exercício 14

(1ª Frequência 2004/2005)

1) Deve-se começar por calcular a rentabilidade esperada de cada título:

$$r_{EN} = \frac{Div_1 + P_1 - P_0}{P_0} = 3\% + \frac{3,15-3}{3} = 8,0\%\ ;\ r_{TP} = \frac{Div_1 + P_1 - P_0}{P_0} = 4\% + \frac{10,8-10}{10} = 12,0\%$$

Dado que r_P = 11%, pode-se calcular o peso de cada título na carteira:

$$r_P = w_{EN} \times r_{EN} + (1-w_{EN}) \times r_{TP} \Leftrightarrow 11\% = w_{EN} \times 8\% + (1-w_{EN}) \times 12\% \Leftrightarrow w_{EN} = 25\%$$

$$w_{TP} = 1 - w_{EN} = 1 - 25\% = 75\%$$

Tem-se σ_{EN}, σ_{TP}, σ_P=29,13% bem como os pesos dos títulos na carteira, portanto fica:

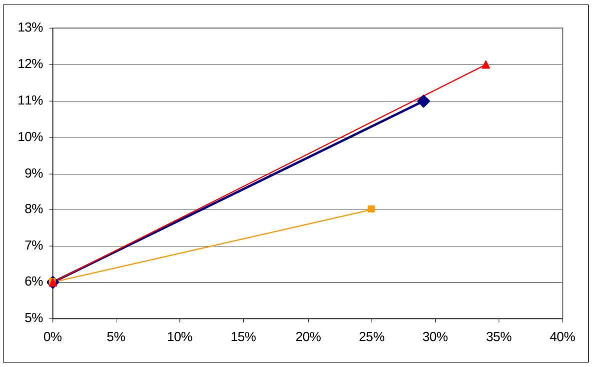
$$\sigma_p^{\ 2} = w_{EN}^{\ 2} \times \sigma_{EN}^{\ 2} + w_{TP}^{\ 2} \times \sigma_{TP}^{\ 2} 2 \times w_{EN} \times \sigma_{EN} \times w_{TP} \times \sigma_{TP} \times \rho_{EN,TP} \Rightarrow \rho_{EN,TP} = 0,5$$

2) Deve-se comparar o declive das rectas que ligam o ponto (0%, 6%) às várias carteiras e verificar qual é o de maior declive

$$\frac{r_a - r_f}{\sigma_a} = \frac{11\% - 6\%}{29,13\%} = 0,1716$$

$$\frac{r_{EN} - r_f}{\sigma_{EN}} = \frac{8\% - 6\%}{25\%} = 0,08$$

$$\frac{r_{TP} - r_f}{\sigma_{TP}} = \frac{12\% - 6\%}{34\%} = 0,1765$$



3) Tem-se r_f = 6% e r_P = 11% para um w_f = 16,67%. Então, r_m vem:

$$r_P = w_f \times r_f + (1-w_f) \times r_m \Rightarrow r_m = 12\%$$

O prémio de risco do mercado é 12% – 6% = 6%.

Esta carteira é melhor do que a de a) porque tem desvio-padrão inferior tendo a mesma rentabilidade:

$$\sigma_P = w_m \times \sigma_m = 83,3\% \times 22\% = 18,3\%$$

4) Para ter σ_P = 16,5% o peso da carteira de mercado no portfolio deve ser.

$$w_m = \frac{\sigma_P}{\sigma_m} = \frac{16,5\%}{22\%} = 75\%$$; Assim, w_f = 1 – 75% = 25%

A rentabilidade esperada desta carteira é de:

$$r_P = w_f \times r_f + w_m \times r_m \Leftrightarrow r_P = 25\% \times 6\% + 75\% \times 12\% = 10,5\%$$

$$Inv_f = 25\% \times 1.000.000 = 250.000$$

$$Inv_m = 75\% \times 1.000.000 = 750.000$$

Deve-se vender 833.333 – 750.000 = 83.333 da carteira de mercado e depositar 250.000 – 166.667 = 83.333 à taxa sem risco.

5) Para ter β_P=0,8 o peso da carteira de mercado é de

$$\beta_P = w_m \times \beta_M \Rightarrow w_m = 80\%$$

A rentabilidade esperada e o desvio-padrão da carteira são:

$$r_P = 80\% \times 12\% + 20\% \times 6\% = 10,8\%$$

$$\sigma_P = \sigma_m \times w_m \Rightarrow w_m = 17,6\%$$

Exercício 15

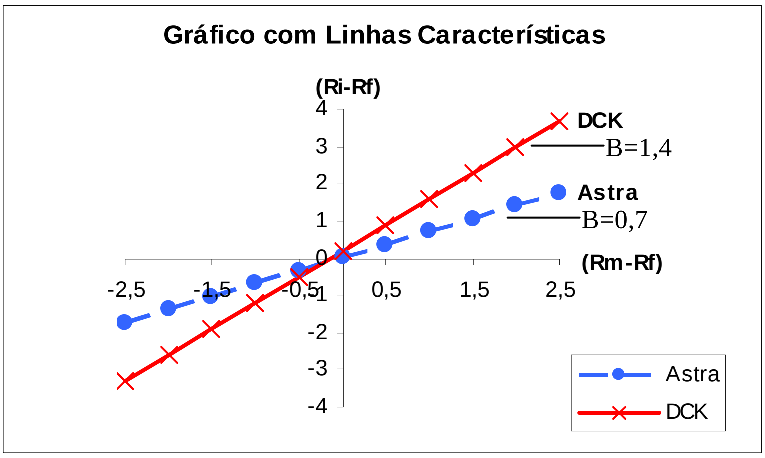
(1ª Frequência 2004/2005)

1) Covariância Confort com Mercado = 0,4 x √810 x √90 = 108
Beta Confort = 108 / 90 = 1,2

2) (Ri – Rf) = Alfa + Beta x (Rm - Rf)

Rm - Rf	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
Astra	-1,74	-1,39	-1,04	-0,69	-0,34	0,01	0,36	0,71	1,06	1,41	1,76
DCK	-3,3	-2,6	-1,9	-1,2	-0,5	0,2	0,9	1,6	2,3	3	3,7

Nota: bastam dois pontos para traçar as rectas



DCK com um Alfa mais alto: positivo 0,2

3) LMT: Ri = Rf + Beta x (Rm – Rf)

Astra e Bell em equilíbrio:

Ra = 0,4 / 8 + 1,9% = 6,9% e Rb = 1,2025 / 16,25 + 0,9% = 8,3%

$$\begin{cases} 6{,}9\% = Rf + 0{,}7 \times (Rm - Rf) \\ 8{,}3\% = Rf + 0{,}9 \times (Rm - Rf) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Rm = 9\% \\ Rf = 2\% \end{cases}$$

LMT: Ri = 2% + Beta x (9% – 2%) = 0,02 + 0,07 x Beta

4)

Título	Quant.	Cotação	Valor	Peso
Astra	1.875	8,00	15.000	15%
Bell	4.000	16,25	65.000	65%
Confort	10.000	2,00	20.000	20%
		Total	**100.000**	**100%**

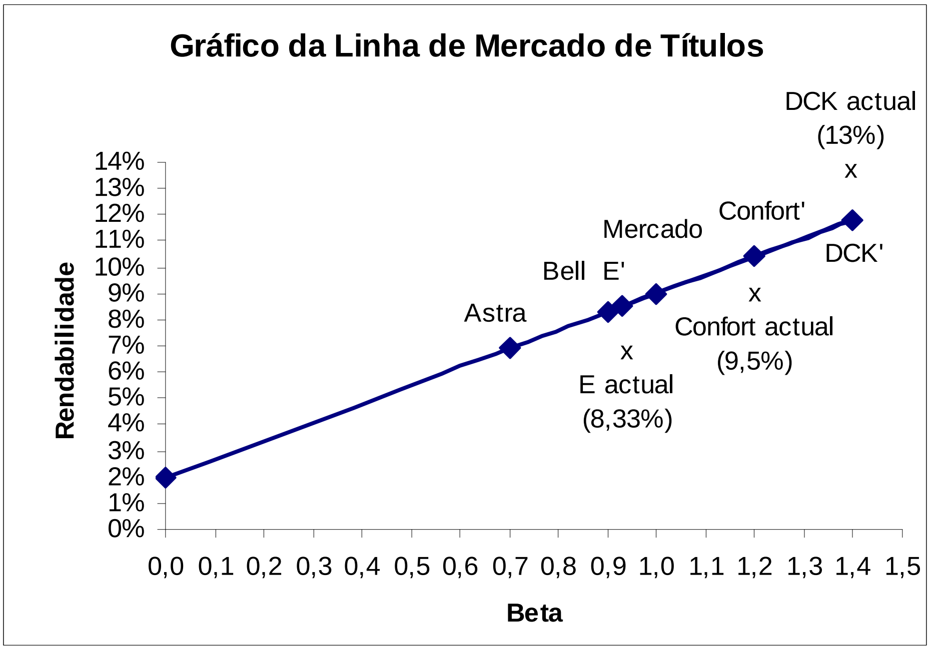
Beta $_E$ = 15% x 0,7 + 65% x 0,9 + 20% x 1,2 = 0,93
R $_E$ = 15% x 6,9% + 65% x 8,3% + 20% x 9,5% = 8,33%

5) R Confort = 0,16 / 2 + 1,5% = 9,5%:
CAPM: Rc' = 0,02 + 0,07 x 1,2 = 10,4%.
P_0 = 0,16 / (0,104-0,02) = 1,8 € < 2 € cotação mercado => título Sobreavaliado / Vender

R DCK = 0,52 / 5,2 + 3% = 13%:
CAPM: Rd' = 0,02 + 0,07 x 1,4 = 11,8%.
P_0 = 0,525 / (0,118-0,02) = 5,97 € > 5,25 € cotação mercado => título Subavaliado / Comprar

R_E = 8,33%;
CAPM: Re' = 0,02 + 0,07 x 0,93 = 8,51%.

Títulos	Beta	R	R CAPM	P_0 CAPM	Observação
Astra	0,7	6,9%	6,9%	8,00	Equilibrio; Manter
Bell	0,9	8,3%	8,3%	16,25	Equilibrio; Manter
Confort	1,2	9,5%	10,4%	1,80	Sobreavaliada; Vender
DCK	1,4	13,0%	11,8%	5,97	Subavaliada; Comprar



Iniciativas: Venda 10.000 acções Confort; Compra 3.810 acções DCK a 5,25 € cada e o restante 2,75€ em liquidez
Rh = 15% x 6,9% + 65% x 8,3 + 20% x 13% = 9,03%
Beta h = 15% x 0,7 + 65% x 0,9 + 20% x 1,4 = 0,97

Título	Quant.	Cotação	Valor	Peso	R	Beta
Astra	1.875	8,00	15.000	15%	6,90%	0,7
Bell	4.000	16,25	65.000	65%	8,30%	0,9
DCK	3.809,00	5,25	19.997,25	20%	13,00%	1,4
Liquidez	-	-	2,75	-	-	-
		Total	**100.000**	**100%**	**9,03%**	**0,97**

6) Variância L = 114,47; Beta L = 0,93 e a Variância de Mercado = 90

% de risco único = 1 - % risco sistemático

Risco Total = Risco Sistemático + Risco Único

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2$$

% risco sistemático = (Beta ^{2} L x Variância Mercado) / Variância L = ($0,93^2$ x 90) / 114,47 = 68%

% de risco único = 1 – 68% = 32%

Indica que se deve aumentar diversificação da carteira, adquirindo mais títulos para reduzir a percentagem de risco único.

Exercício 16

(1ª Frequência 2005/2006)

a) $R_H = 0{,}6\times 11\% + 0{,}4\times 20\% = 14{,}6\%$

$\sigma_H^2 = w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB}$

$\sigma_H^2 = 0{,}6^2\times 15^2 + 0{,}4^2\times 30^2 + 2\times 0{,}6\times 0{,}4\times 180 = 311{,}4$; $\sigma_H = \sqrt{311{,}4} = 17{,}65\%$

$$PVM \rightarrow W_B = \frac{\sigma_A^2 - \sigma_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\times\sigma_{AB}} = \frac{15^2 - 180}{15^2 + 30^2 - 2\times 180} = 5{,}88\% \text{ ; } W_A = 94{,}12\%$$

$R_{PVM} = 0{,}9412\times 11\% + 0{,}0588\times 20\% = 11{,}53\%$

$\sigma_{PVM}^2 = 0{,}9412^2\times 15^2 + 0{,}0588^2\times 30^2 + 2\times 0{,}9412\times 0{,}0588\times 180 = 222{,}35$;

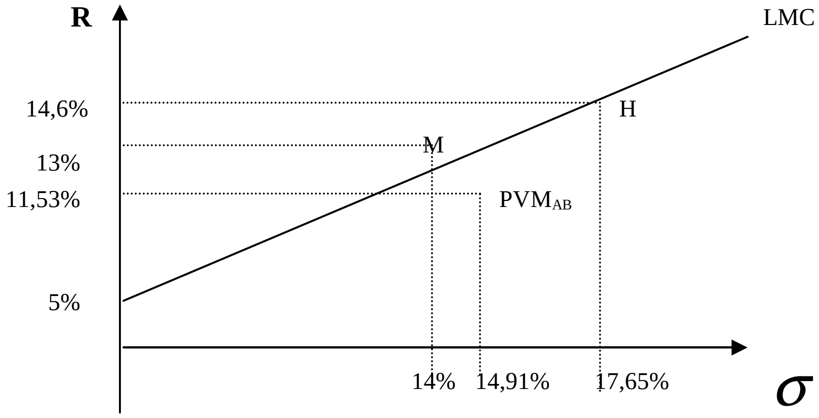
$\sigma_H = \sqrt{22{,}35} = 14{,}91\%$

b) F com M $\rightarrow \dfrac{R_M - R_f}{\sigma_M} = \dfrac{13\% - 5\%}{14\%} = 0{,}571$ com maior inclinação

F com H $\rightarrow \dfrac{R_H - R_f}{\sigma_H} = \dfrac{14{,}6\% - 5\%}{17{,}65\%} = 0{,}544$

F com PVM $\rightarrow \dfrac{R_{PVM} - R_f}{\sigma_{PVM}} = \dfrac{11{,}53\% - 5\%}{14{,}91\%} = 0{,}438$

c) LMC $\rightarrow R_i = R_f + \dfrac{(R_M - R_f)}{\sigma_M}\times\sigma_i = 5\% + \dfrac{8\%}{14\%}\times\sigma_i = 0{,}05 + 0{,}571\times\sigma_i$



d) $R = W_f \times R_f + W_M \times R_M$

$11\% = W_f \times R_f + (1 - W_f) \times R_M \Leftrightarrow 11\% = W_f \times 5\% + (1 - W_f) \times 13\%$

$W_f = 25\%$; $W_M = 75\%$

Politica investimento -> 750 Euros carteira mercado e 250 títulos sem risco

$\sigma_Z = 17{,}5\%$

$17{,}5\% = W_M \times \sigma_M \Leftrightarrow W_M = \frac{17{,}5\%}{14\%} = 125\%$; $W_f = -25\%$

Politica investimento -> 1.250 Euros carteira mercado e empréstimo 250 Euros

e)

Observações	Rendibilidade (%)	$(X - \overline{X})$	$(X - \overline{X})^2$
1	5,5	3,98	15,84
2	-1,4	-2,92	8,53
3	-1,1	-2,62	6,86
4	1,1	-0,42	0,18
5	3,5	1,98	3,92
Média	**1,52**	**Total**	**35,33**

$\sigma^2_{PSI\,20} = \frac{35{,}33}{5-1} = 8{,}832$ $\sigma_{PSI\,20} = \sqrt{8{,}83} = 2{,}97\%$

Exercício 17

(1ª Frequência 2005/2006)

a) Electric Co e H2O em equilíbrio

$$r_{electric} = Ganho\ Div + Ganho\ Cap = \frac{1,5}{2,5} + 1 = 7\% \quad r_{H_2O} = \frac{0,15}{3} + 0\% = 5\%$$

$$\begin{cases} 7\% = r_f + 1,5\left(r_m - r_f\right) \\ 7\% = r_f + 1,5\left(r_m - r_f\right) \end{cases}$$

$$2\% = \quad 0,5\left(r_m - r_f\right) \quad (=) \quad r_f = 1\% \text{ e } r_m = 5\%$$

b)

Empresa	Nº Acções	P0	Valor	Peso na Carteira
Consulting	1.000	350	350.000	83%
H2O	10.000	3	30.000	7%
Investment	500	80	40.000	10%
		Total Carteira	420.000	

$\beta_c =$ 83% × 2,5 + 7% × 1 + 10% × 1,9 = 2,34

c) Electric Co e H2O em equilíbrio, manter a posição na carteira

Communicating:

$$r_{communicating\ eq} = r_f + 1,25\left(r_m - r_f\right) = 1\% + 1,25\left(4\%\right) = 6\%$$

$$P_{0\text{ eq}} = \frac{\left(\frac{750.000}{500.000}\right)}{0,06 - 0,015} = 33,3 \qquad P_{0\text{ Actual}} = \frac{15.000.000}{500.000} = 30$$

Conclusão: Subvalorizado, comprar.

Consulting

$$r_{consulting\ eq} = r_f + 3,5\left(r_m - r_f\right) = 1\% + 3,5\left(4\%\right) = 15$$

$$P_{0\text{ eq}} = \frac{\left(\frac{350.000}{50.000}\right)}{0,15 - 0,04} = 63,63 \qquad P_{0\ Actual}\ \frac{3.500.000}{50.000} = 70$$

Conclusão: Sobreavaliado, vender o que temos em carteira.

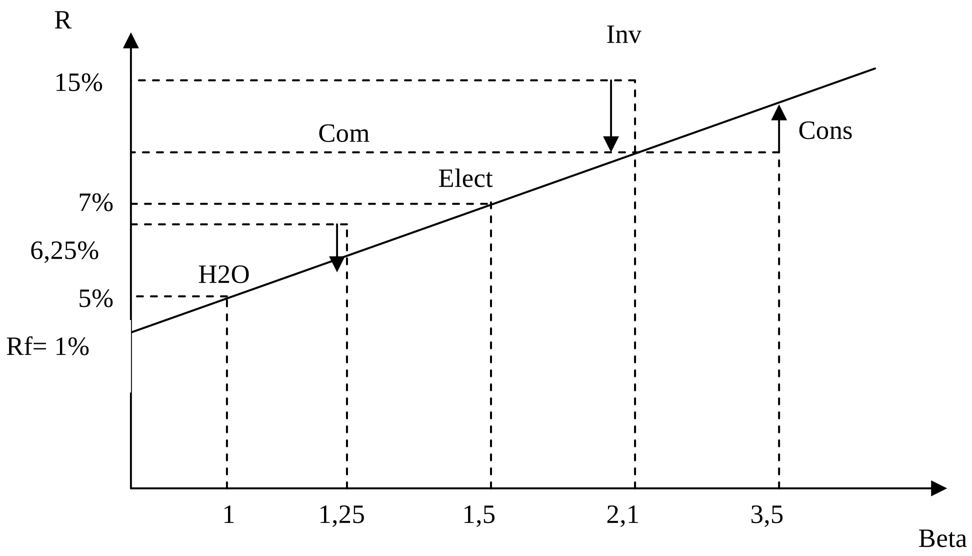
Investment

$$r_{Investment\ eq} = r_f + 2,1\left(r_m - r_f\right) = 1\% + 2,1\left(4\%\right) = 9,4\%$$

$$P_{0\ eq} = \frac{\left(\frac{2.500.000}{250.000}\right)}{0,091 - 0,03} = 163,93 \qquad P_{0\ Actual} = \frac{20.000.000}{250.000} = 80$$

Conclusão: Subavaliado, devemos comprar e manter o investimento.

d) SML:



e) De facto a Consulting foi no passado a que apresentou ganhos anormais superiores de entre os títulos considerados, mas lá porque o foi no passado, não significa que continue a ser no futuro.

Exercício 18

(1ª frequência 2006/2007)

a) O peso do título X no *portfolio (A)* de variância mínima entre X e W será dado por:

$$w_X = \frac{\sigma_W^2 - \rho_{WX}\sigma_W\sigma_X}{\sigma_X^2 + \sigma_W^2 - 2\rho_{WX}\sigma_W\sigma_X} = \frac{400 - 0,75\times 20\times 25}{400+625-2\times 0,75\times 20\times 25}$$

$$w_X = 9,09\%;\ w_W = 90,91\%$$

O valor da rentabilidade esperada do PVM é:

$$r_A = 0,0909\times 9\% + 0,9091\times 7\% = 7,1818\%$$

O valor do desvio padrão esperado do PVM é:

$$\sigma_A = \sqrt{0,0909^2\times 625 + 0,9091^2\times 400 - 2\times 0,75\times 0,0909\times 0,9091\times 25\times 20} = 19,94\%$$

b) O portfolio (B) tem rentabilidade esperada de:

$$\overline{r}_B = w_X\times r_X + w_W\times r_W + w_Z\times r_Z$$

$$\overline{r}_B = 0,5\times 9\% + 0,25\times 7\% + 0,25\times 12\% = 9,25\%$$

O portfolio (*B*) tem desvio padrão esperado de:

$$\sigma_B^2 = w_X^2\times\sigma_X^2 + w_W^2\times\sigma_W^2 + w_Z^2\times\sigma_Z^2 + 2\times w_X\times w_W\times\sigma_{XW} + 2\times w_X\times w_Z\times\sigma_{XZ} + 2\times w_Z\times w_W\times\sigma_{ZW}$$

$$\sigma_B^2 = 0,5^2\times 625 + 0,25^2\times 400 + 0,25^2\times 900 + 2\times 0,5\times 0,25\times 0,75\times 20\times 25 + 2\times 0,5\times 0,25\times 0,25\times 30\times 25$$

$$+2\times 0,25\times 0,25\times 0,5\times 30\times 20$$

$$\sigma_B^2 = 415,625$$

$$\sigma_B = 20,39\%$$

Carteira	**Rendibilidade**	**Desvio padrão**	
X	9%	25%	Dominado estocasticamente por B
W	7%	20%	Dominado estocasticamente por A
Z	12%	30%	
A	7,1818%	19,94%	
B	9,25%	20,39%	

Como os portfolios B e A apresentam simultaneamente maior rendibilidade e menor risco, face à carteira X e W respectivamente, o Sr. XPTO pode eliminá-las do seu leque de escolhas.

c) Carteira T - $Declive_T = \dfrac{10\% - 3\%}{22\%} = 0,318181$

Fundo Z - $Declive_Z = \dfrac{12\% - 3\%}{30\%} = 0,3$

A melhor carteira é para combinar com o título sem risco é a carteira T que apresenta um maior declive, ou seja, uma melhor relação "Preço" do risco (prémio de risco de carteira dividido pela "quantidade" de risco relevante da carteira).

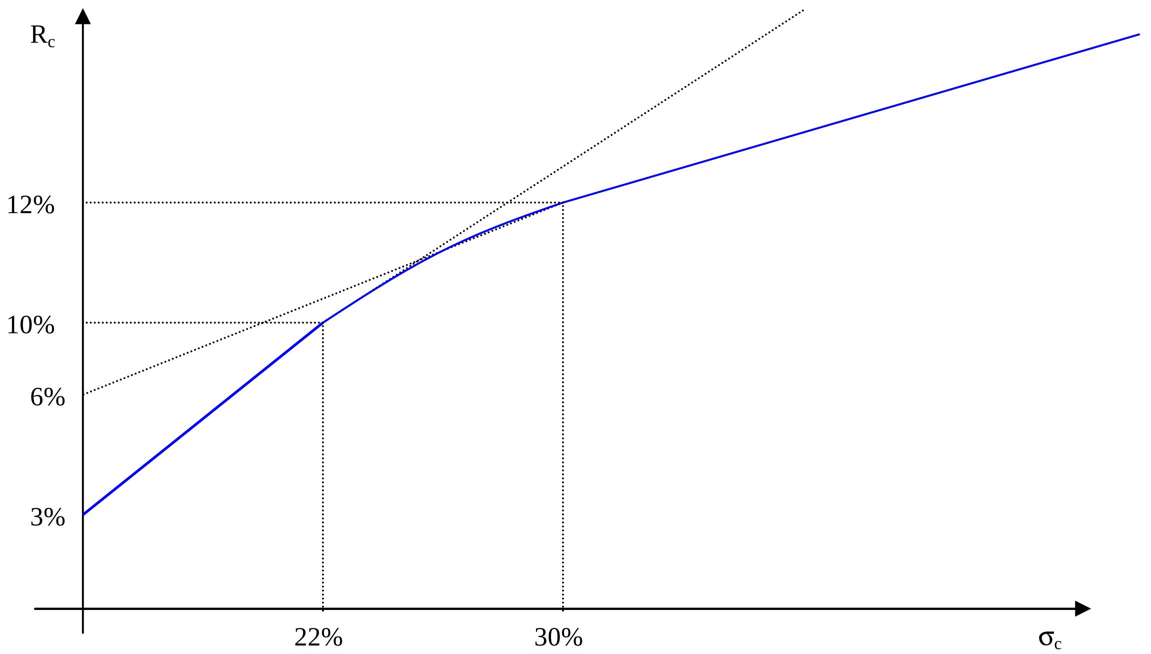
d) Já vimos na alínea anterior que com uma taxa de 3% a melhor escolha para formar a fronteira eficiente caso decidamos emprestar à taxa sem risco é a carteira T.

Caso o Sr. XPTO tenha preferência por pedir emprestado deverá combinar títulos sem risco com o fundo Z, dado que:

Carteira T - $Declive_T = \dfrac{10\% - 6\%}{22\%} = 0{,}181818$

Fundo Z - $Declive_Z = \dfrac{12\% - 6\%}{30\%} = 0{,}2$

No entanto, dadas estas escolhas de combinações eficientes, existe um intervalo de valores de risco (entre 22% e 30%) para os quais a fronteira eficiente não terá nenhuma participação do título sem risco, sendo a fronteira eficiente para esse intervalo de risco formada por combinações entre o fundo Z e a carteira T.



Exercício 19

(1ª frequência 2006/2007)

1) (1 val.)

LMT: $R_i = Rf + B_i \times (Rm - Rf)$

Mercado e Kenice em equilíbrio:

Rm = 10% x 0% + 20% x 8% + 50% x 10% + 20% x 17% = 10%
Rk = 0,36 / 3,6 + 2% = 12%

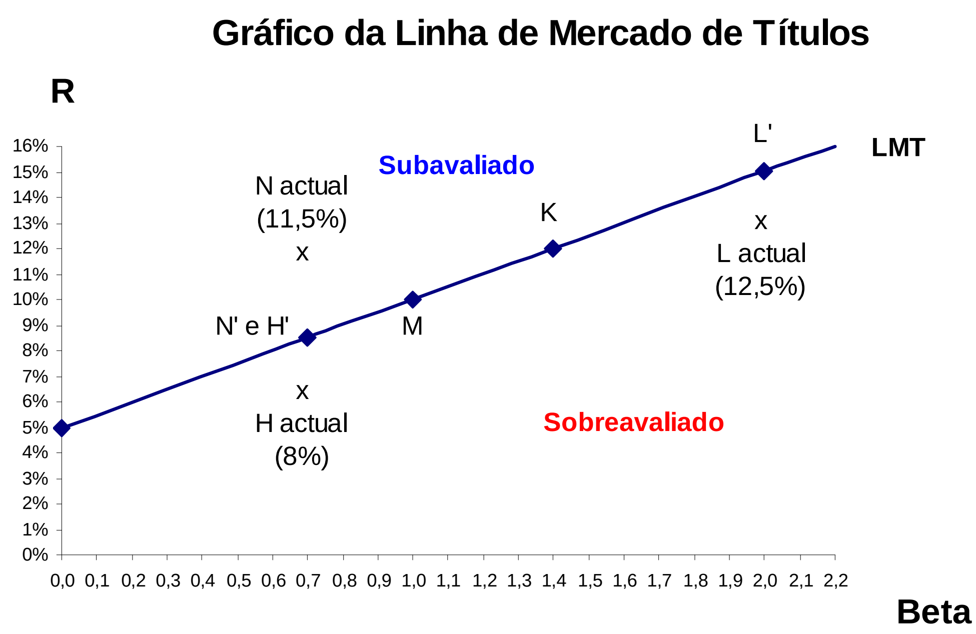
$$\begin{cases} Rm = 10\% \\ 12\% = Rf + 1{,}4 \times (Rm - Rf) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Rm = 10\% \\ Rf = 5\% \end{cases}$$

LMT: Ri = 5% + Beta x (10% – 5%) = 0,05 + 0,05 x Beta

2) (1,5 val.)

	P_0 (€)	R	Beta	R CAPM	P'_0 (€)	Comentário
Rf		5,0%	0,0	5,0%		Sem Risco
Homm	9,56	8,0%	0,7	8,5%	8,9	Sobreavaliado
NoBud	11,0	11,5%	0,7	8,5%	15,7	Subavaliado
Mercado		10,0%	1,0	10,0%		Mercado
Kenice	3,6	12,0%	1,4	12,0%	3,6	Equilíbrio
Labnet	20,0	12,50%	2,0	15,0%	15,0	Sobreavaliado

R_H = 0,66 / 9,56 + 1,1% = 8%
R CAPM $_H$ = 5% + 0,7 x (10% - 5%) = 8,5%; P’ $_H$ = 0,66 / (8,5% - 1,1%) = 8,9 Euros;



3) (1,5 val.)

Empresa	Quantidade	P_0 (€)	Valor (€)	Peso
Kenice	1.200.000	3,6	4.320.000	28,84%
Homm	1.000.000	9,56	9.560.000	63,82%
NoBud	100.000	11,0	1.100.000	7,34%
		Total	14.980.000	100,00%

R_C = 28,84% x 12% + 63,82% x 8% + 7,34% x 11,5% = 9,41%
Beta $_C$ = 28,84% x 1,4 + 63,82% x 0,7 + 7,34% x 0,7 = 0,902
R CAPM $_C$ = 5% + 0,9 x (10% - 5%) = 9,51% => Carteira C com uma rendibilidade esperada inferior à rendibilidade teórica, devido ao título Homm.

Assim, para esse nível de risco deveria investir 90,2% na carteira de mercado e 9,8% em títulos sem risco.

4) (1,5 val.)

Alterar a carteira, comprando Labnet apresenta-se desadequado, uma vez que o título encontra-se cotado no mercado sobreavaliado face ao preço teórico CAPM.

No entanto, admite-se a troca dos títulos Homm por Labnet:

Empresa	Quantidade	P_0 (€)	Valor (€)	Peso
Kenice	1.200.000	3,6	4.320.000	28,84%
Labnet	478.000	20,00	9.560.000	63,82%
NoBud	100.000	11,0	1.100.000	7,34%
		Total	14.980.000	100,00%

$R_{C'}$ = 28,84% x 12% + 63,82% x 12,5% + 7,34% x 11,5% = 12,28%
Beta $_{C'}$ = 28,84% x 1,4 + 63,82% x 2 + 7,34% x 0,7 = 1,732
R CAPM $_{C'}$ = 5% + 1,73 x (10% - 5%) = 13,66% => Carteira C' com uma rendibilidade esperada inferior à rendibilidade teórica, devido ao título Labnet.

Face às regra de desinvestir nos títulos sobreavaliados, manter os títulos em equilíbrio e adquirir os subavaliados, devia-se vender o título Homm e reforçar o NoBud:

Empresa	Quantidade	P_0 (€)	Valor (€)	Peso
Kenice	1.200.000	3,6	4.320.000	28,84%
NoBud	969.090	11,0	10.659.990	71,16%
Rf			10	0,0001%
		Total	14.980.000	100,00%

R_D = 28,84% x 12% + 71,16% x 11,5% + 0,0001% x 5% = 11,64%
Beta $_D$ = 28,84% x 1,4 + 71,16% x 0,7 = 0,902

R CAPM $_D$ = 5% + 0,902 x (10% - 5%) = 9,51% => Carteira D com uma rendibilidade esperada superior à rendibilidade teórica, devido ao título NoBud.

Exercício 20

(2ª frequência 2006/2007)

a) $R_{PVM} = 0,2 \times 10\% + 0,3 \times 15\% + 0,5 \times 0,3 = 13,1\%$

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \times \sigma_A^2 + w_B^2 \times \sigma_B^2 + w_C^2 \times \sigma_C^2 + 2 \times w_A \times w_B \times \sigma_{AB} + 2 \times w_B \times w_C \times \sigma_{BC} + 2 \times w_A \times w_C \times \sigma_{AC}$$

$$\sigma_B^2 = 0,2^2 \times 0,15^2 \times 0,3^2 \times 0,16^2 + 0,5^2 \times 0,3^2 + 2 \times 0,2 \times 0,3 \times 0,15 \times 0,16 \times 0,3 + 2 \times 0,3 \times 0,5 \times 0,4 \times 0,16 \times 0,3$$
$$+ 2 \times 0,5 \times 0,2 \times 0,5 \times 0,15 \times 0,3$$

$$\sigma_B = 19,2\%$$

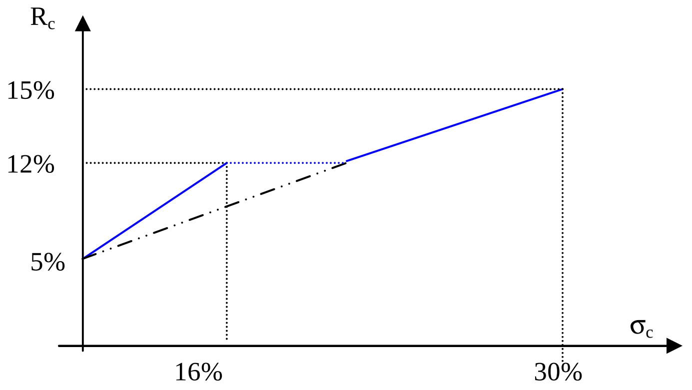
b) Deve-se comparar o declive das rectas que ligam o ponto (0%, 5%) aos vários títulos e verificar qual é o de maior declive

Combinações entre Título A e aplicações sem risco: $Declive_A = \dfrac{10\% - 5\%}{15\%} = 0,33(3)$

Combinações entre Título B e aplicações sem risco: $Declive_B = \dfrac{12\% - 5\%}{16\%} = 0,4375$

Combinações entre Título C e aplicações sem risco: $Declive_C = \dfrac{15\% - 5\%}{30\%} = 0,3$

Como o título B apresenta maior declive deverá ser este o escolhido para combinar com aplicações sem risco. Contudo, como não é possível pedir emprestado à taxa sem risco, caso exista preferência por uma rendibilidade acima dos 12% tais como as que são oferecidas pelo título B será necessário combinar aplicações sem risco com o título C. Como tal a fronteira de eficiência é dada pela linha a azul no seguinte gráfico.



c) Queremos encontrar a expressão da SML: $R_i = r_f + (r_m - r_f) \times \beta_i$

Sabemos que o título A está em equilíbrio.

$$\beta_A = \frac{\sigma_{A,M}}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{A,M} \times \sigma_A \times \sigma_M}{\sigma_M^2} = \frac{0,857142 \times 0,15 \times 0,18}{0,18^2} = 0,714285$$

$E(R_A) = 10\%$

$r_f = 5\%$

Usando o facto de o título A estar em equilíbrio podemos determinar a rentabilidade de mercado:

$10\% = 5\% + (r_m - 5\%) \times 0,714285 \Leftrightarrow r_m = 12\%$

Logo a SML é definida pela seguinte expressão: $R_i = 5\% + 7\% \times \beta_i$

d) Carteira eficiente deverá ser composta por títulos sem risco + carteira de mercado.

$20\% = 5\% + \beta_i(15\% - 5\%)$; $\beta_i = 1{,}5$

$20\% = w_m \times 15\% + w_f \times 5\%$ $w_m = 150\%$ $w_f = -50\%$, deve-se pedir emprestado à taxa sem risco

$\sigma_p = w_m \times \sigma_m$

$\sigma_p = 1{,}5 \times 0{,}18 = 0{,}27$

e)

Título	**Div. Yield**	**Ganhos de cap.**	**Retorno Esperado**	**R Capm**	**Recomendação**
D	$\frac{1.500.000}{25.000.000} = 6\%$	6%	12%	$r_d = 5\% + 7\% \times 0{,}5 = 8{,}5\%$	Subavaliado Comprar
E	$\frac{750.000}{15.000.000} = 5\%$	3%	8%	$r_d = 5\% + 7\% \times 1.25 = 13{,}75\%$	Sobreavaliado Vender

Opções

Exercício 21

(Exame Final 2003/2004)

a) De acordo com o quadro fornecida pelo enunciado a iremos escolher a opção de venda com X=6,5. Para o cálculo do Modelo iremos utilizar a opção de compra par da opção de venda.

Black-Scholes

$$Call = N(d1) \times S_0 - PV(X) \times N(d2)$$

Valor do índice hoje (S_0) = 5,5 $\rightarrow S_0^* = S_0 - Div \times e^{-r\Delta t} = 5,5 - 0,5 \times e^{-0,0296 \times 0,25} = 5,004$
Preço de exercício (X) = 6,5
Taxa de juro sem risco (r) = 3% $\rightarrow$ Taxa contínua = ln(1+3%)=2,96%
Desvio Padrão (σ) = 0,15
Maturidade em anos = 0,5

$$d1 = \frac{\ln\left[\frac{5,004}{6,5}\right] + \left(0,0296 + \frac{0,15^2}{2}\right) \times 0,5}{0,15 \times \sqrt{0,5}} = -2,274$$

$$d2 = d1 - \delta\sqrt{T} = -2,274 - 0,15 \times \sqrt{0,5} = -2,380$$

$$N(d1) = \text{1-0,9884=0,0116} \qquad N(d2) = \text{1-0,9913=0,0087}$$

$$Call = 0,0116 \times 5,004 - 6,5 \times e^{-0.0296 \times 0,5} \times 0,0087 = 0,0023$$

Paridade

$$Call + PV(X) + PV(Div) = Put + Activo$$

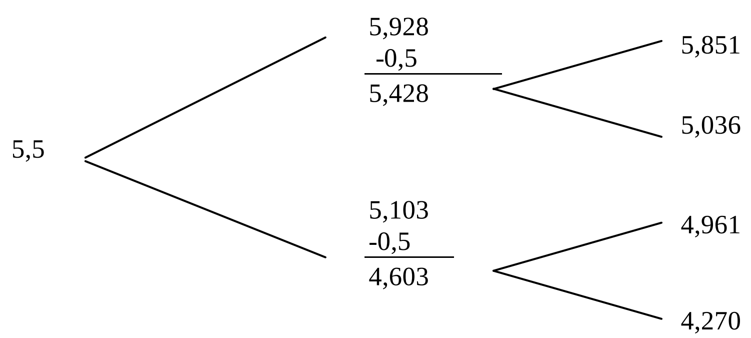
$$Put = 0,0023 + 6,5 \times e^{-0,296 \times 0,5} + 0,5 \times e^{-0,0296 \times 0,25} - 5,5 = 1,403$$

R: A Call que deve estar a cotar-se a 0,0023euros e o valor da Put é obtido pela fórmula da paridade que se espera que esteja a cotar-se a 1,403 euros, caso contrario existia um desequilíbrio de preços e haveria oportunidades de arbitragem.

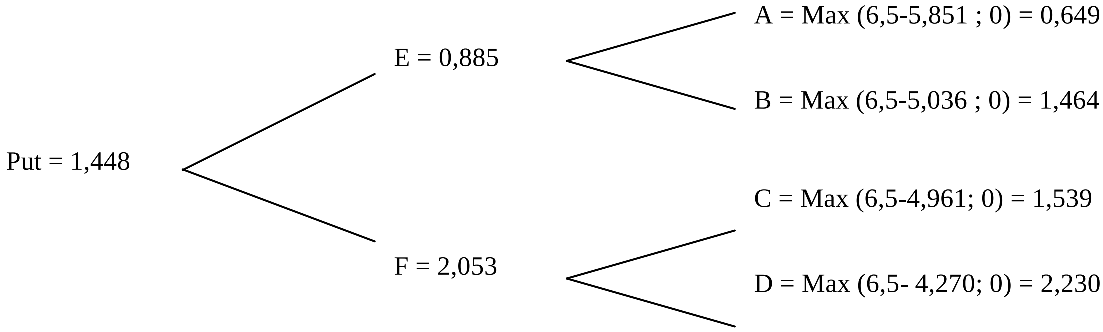
b) $u = e^{0,15\sqrt{0,25}} = 1,078 \quad d = \frac{1}{1,078} = 0,928$

$$r_{trimestral} = \frac{3\%}{4} = 0,0075 \quad p_u = \frac{1,0075 - 0,928}{1,078 - 0,928} = 53,1\% \quad p_d = 46,9\%$$

Evolução prevista da Cotação



Put Americana com X = 6,5:



$$E = Max\left[\frac{0,509\times 0,649+0,491\times 1,464}{1,0075};6,5-5,428\right] = Max\left[1,023;1,072\right] = 1,072 \Rightarrow Antecipo$$

$$F = Max\left[\frac{0,509\times 1,539+0,491\times 2,230}{1,0075};6,5-4,603\right] = Max\left[1,849;1,897\right] = 1,897 \Rightarrow Antecipo$$

$$Put = \left[\frac{0,509\times 1,072+0,491\times 1,897}{1,0075}\right] = 1,448$$

O valor da Put americana, como era de esperar, é superior ao valor da put europeia em (1,448-1,403=0,045).

Exercício 22

(2ª Frequência 2003/2004)

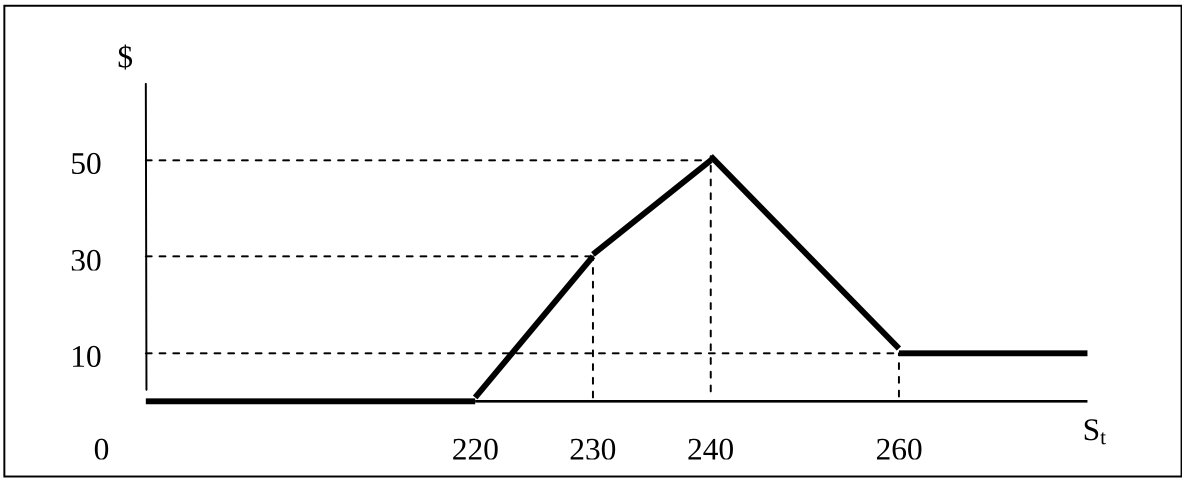
1)a)

Payoff na maturidade	**0 < S < 220**	**220 < S < 230**	**230 < S < 240**	**240 < S < 260**	**S > 260**
Total	**0**	**3 x (S – 220)**	**2 x (S – 215)**	**2 x (265 – S)**	**10**

Componentes da estratégia:

- Compra de 3 opções Call com um preço de exercício de 220
- Venda de 1 opção Call com preço de exercício de 230
- Venda de 4 opções Call com preço de exercício de 240
- Compra de 2 opções Call com um preço de exercício de 260

Payoff na maturidade	**0 < S < 220**	**220 < S < 230**	**230 < S < 240**	**240 < S < 260**	**S > 260**
3 Long Call (X = 220)	0	3 x (S – 220)	3 x (S – 220)	3 x (S – 220)	3 x (S – 220)
Short Call (X = 230)	0	0	– (S – 230)	– (S – 230)	– (S – 230)
4 Short Call (X = 240)	0	0	0	– 4 x (S – 240)	– 4 x (S – 240)
2 Long Call (X = 260)	0	0	0	0	2 x (S – 260)
Total	**0**	**3 x (S – 220)**	**2 x (S – 215)**	**2 x (265 – S)**	**10**



b)

Black-Scholes

$$Call = N(d1) \times S_0 - PV(X) \times N(d2)$$

Valor do índice hoje (S_0) = 231,65
Preço de exercício (X) = 250
Taxa de juro sem risco (r) = 3%
Desvio Padrão (σ) = 0,32
Maturidade em anos = 1

$$d1 = \frac{\ln\left[\frac{231{,}65}{250}\right] + \left(0{,}03 + \frac{0{,}32^2}{2}\right)\times 1}{0{,}32\times\sqrt{1}} = 0{,}01552$$

$$d2 = d1 - \delta\sqrt{T} = 0{,}01552 - 0{,}32\times\sqrt{1} = -0{,}30448$$

$$N(d1) = 0{,}50619 \qquad N(d2) = 0{,}38038$$

$$Call = 0{,}50619\times 231{,}65 - 250\times e^{-0.03\times 1}\times 0{,}38038 = 24{,}97$$

Paridade

$$Call + PV(X) + PV(Div) = Put + Activo$$
$$Put = 24{,}97 + 250\times e^{-0.03\times 1} - 231{,}65 = 35{,}94$$

R: A Call que deve estar a cotar-se a 24,97 euros e o valor da Put é obtido pela fórmula da paridade que se espera que esteja a cotar-se a 35,94 euros, caso contrario existia um desequilíbrio de preços e haveria oportunidades de arbitragem.

2) a)

Taxa de juro do trimestre = $\frac{2{,}4\%}{4}$ = 0,6%

Paridade

$$Call + PV(X) + PV(Div) = Put + Activo$$

Análise da Paridade

$$0{,}5 + \frac{17}{1{,}006^2} + \frac{0{,}5}{1{,}006} \neq 1{,}9 + 15{,}49 \Rightarrow 17{,}79 > 17{,}39$$

Concluímos que no mercado dos derivativos a Call está relativamente cara, pelo que vendo o lado esquerdo (Call, valor actual do preço de exercício e do dividendo) e compro o lado direito (Put e activo).

Hoje

Vendo	
Call	0,5
Empréstimo 6 meses (PV (X))	16,798
Empréstimo 3 meses (PV (Div))	0,497
Total	**17,79**

Compro	
Put	– 1,9
Activo	– 15,49
Total	**– 17,39**

Deste modo obtenho hoje um ganho de 17,79-17,39 = 0,4 Euros sem nenhum risco no futuro.

Dentro de três meses

Pagamento empréstimo a 3 meses	– 0,5
Recebimento dividendo do Activo	0,5
Total	**0**

<u>Na maturidade, dentro de 6 meses</u>

	S < 17	**S > 17**
Short Call	0	– (S – 17)
Pagamento Empréstimo a 6 meses	– 17	– 17
Long Put	(17 – S)	0
Activo	S	S
Total	**0**	**0**

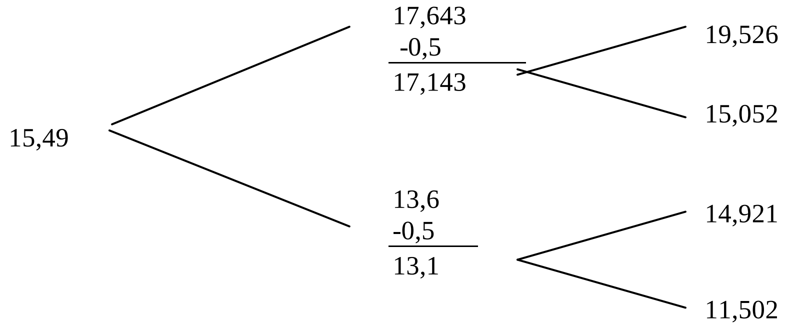
R: Como hoje existe um *cash flow* positivo e dentro de três meses e de seis meses o *cash flow* é igual a zero, consegue-se um ganho de arbitragem.

b)

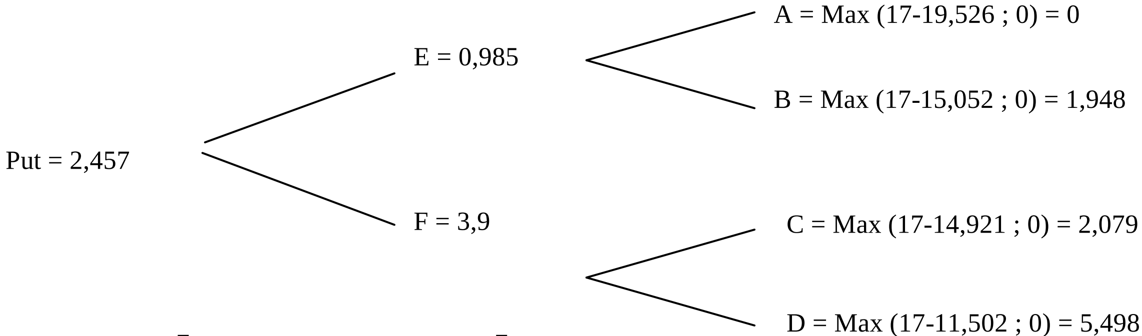
$$u = e^{0,26\sqrt{0,25}} = 1,139 \quad d = \frac{1}{1,139} = 0,878$$

$$r_{trimestral} = \frac{2,4\%}{4} = 0,006 \quad p_u = \frac{1,006 - 0,878}{1,139 - 0,878} = 49\% \quad p_d = 51\%$$

Evolução prevista da Cotação



Put Americana com X = 17:



$$E = Max\left[\frac{0,49 \times 0 + 0,51 \times 1,948}{1,006};0\right] = Max[0,987;0] = 0,987$$

$$F = Max\left[\frac{0{,}49 \times 2{,}079 + 0{,}51 \times 5{,}498}{1{,}006};17 - 13{,}1\right] = Max[3{,}794;3{,}9] = 3{,}9$$

$$Put = Max\left[\frac{0{,}49 \times 0{,}987 + 0{,}51 \times 3{,}9}{1{,}006};17 - 15{,}49\right] = 2{,}457$$

No caso da Put Europeia com X = 17 temos:

$$Put = \frac{0{,}49 \times 0{,}987 + 0{,}51 \times 3{,}794}{1{,}006} = 2{,}405$$

R: Vale a pena exercer antecipadamente esta opção Put se o preço descer no trimestre seguinte e após da distribuição do dividendo. Pelo método da binomial esta Put americana deveria cotar-se a 2,457 Euros, superior ao valor que teria uma Put Europeia por este método (2,405 Euros) e ao valor de mercado (1,9 Euros). Isto porque com a Put Americana é possível exercer antecipadamente, a binomial ser menos precisa que o cálculo pela Balck-Scholes e a existência de desequilíbrio no mercado de derivativos (o preço a que a Put está a transaccionar pode estar mal valorizado pelo mercado, permitindo arbitragem através da compra da opção put e do activo e a venda da call correspondente e a contracção de um empréstimo).

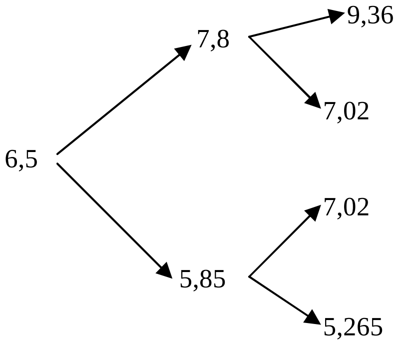
Exercício 23

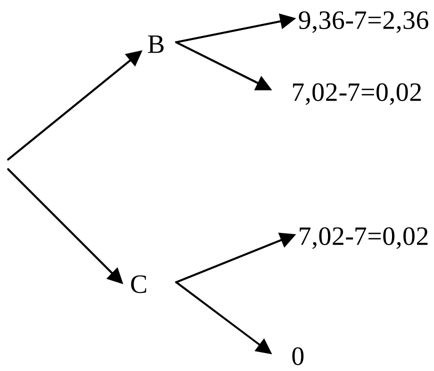
(2ª Frequência 2004/2005)

1.a) $(1+4{,}1\%)=(1+R_{trimestral})^4 \Leftrightarrow R_{trimestral}=1\%$

$$p_u=\frac{1+R-d}{u-d}=\frac{1+0{,}01-0{,}9}{1{,}2-0{,}9}=0{,}36(6) \Leftrightarrow p_d=1-p_u=0{,}64(4)\%$$

Evolução da cotação da acção **Call Europeia com X = 7**





$$B=\frac{0{,}366\times 2{,}36+0{,}633\times 0{,}02}{1{,}01}=0{,}86775 \quad C=\frac{0{,}366\times 0{,}02}{1{,}01}=0{,}00726$$

$$A=\frac{0{,}366\times 0{,}86775+0{,}633\times 0{,}00726}{1{,}01}=0{,}32$$

b)

$$0{,}32+\frac{7}{1{,}01^2}=p+6{,}5 \Rightarrow p=0{,}68<0{,}8 \Rightarrow overpriced$$

Estratégia:

- Comprar uma call por 0,32
- Fazer um depósito a uma taxa sem risco de $\frac{7}{1{,}01^2}$ =6,86
- Vender uma acção por 6,5
- Vender uma put por 0,8

	Moment. Zero	**Na maturidade**	
		S< 7	**S>7**
Compra Call	-0,32	0	S-7
Depósito	-6,86	7	7
Venda do Activo	6,5	-S	-S
Venda Put	0,8	-(7-S)	0
Total	0,12	0	0

2.

$S = 4; X = 3; t = 2anos; \sigma = 30\%; r = 4\%$

$div_1 = 0,5; div_2 = 0,3 \Rightarrow S^* = 4 - 0,5 \times e^{-0,04\times 0,5} - 0,3 \times e^{-0,04\times 1,5} = 3,2274$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{3,2274}{3}\right) + \left(0,04 + \frac{0,3^2}{2}\right)\times 2}{0,3\sqrt{2}} = 0,5729 \Rightarrow N(d_1) \cong 0,7157$$

$d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{T} = 0,5729 - 0,3 \times \sqrt{2} = 0,1486$

$N(d_2) = 0,5596$

$Call = 3,2274 \times 0,7157 - 3 \times 0,5596 \times e^{-004\times 2} = 0,76$

3. A carteira pode ter a seguinte constituição:

	S<7	**7<S<8**	**S>8**
Título dívida	5	5	5
Short call X=7	0	-(S-7)	-(S-7)
Short Put X=8	-(8-S)	-(8-S)	0
Acção	S	S	S
Payoff	2S-3	4+S	12

Exercício 24

(Exame 2004/2005)

1) a)

Taxa de juro a 3 meses = $\frac{3\%}{4}$ = 0,75%

Paridade

$$Call + PV(X) + PV(Div) = Put + Activo$$

Análise da Paridade

$$0{,}2 + \frac{7}{1{,}0075^2} + \frac{0{,}5}{1{,}0075} \neq 2 + 7{,}03 \Rightarrow 7{,}59 > 9{,}03$$

Comprar Call + valor actual do preço de exercício + dividendo e vender Put e activo

Euros

Ordens	Hoje	Daqui a 3 m	Maturidade a 6 m	
			S < 7	S > 7
Compra Call	-0,2	-	0	S – 7
Depósito a 6 meses (PV (X))	-6,897	-	7	7
Depósito a 3 meses (PV (Div))	-0,496	0,5	-	-
Venda Put	2	-	-(7 – S)	0
Venda short do Activo	7,03	-0,5	-S	-S
Total	**1,44**	**0**	**0**	**0**

Ganho sem risco de 1,44 por estratégia montada.

2) a)

De acordo com o quadro fornecida pelo enunciado a iremos escolher a opção de venda com X=10,5, utilizando o Modelo para cálculo do valor da opção de compra e a paridade.

Black-Scholes

$r_{trimestral} = \frac{3\%}{4} = 0,0075$; $r_{equivalente} = (1+0{,}0075)^4 - 1 = 3{,}0339\%$; $r_{continua} = \ln(1+0{,}030339) = 2{,}9888\%$

$$Call = N(d1) \times S_0 - PV(X) \times N(d2)$$

$S_0 = 10 \rightarrow S_0^* = S_0 - Div \times e^{-r\Delta t} = 10 - 0{,}35 \times e^{-0{,}029888 \times 0{,}25} = 10\text{-}0{,}34742 = 9{,}6526$

Preço de exercício (X) = 10,5
Desvio Padrão (σ) = 0,25
Maturidade em anos = 0,5

$$d1 = \frac{\ln\left[\frac{9,6526}{10,5}\right] + \left(0,029888 + \frac{0,25^2}{2}\right) \times 0,5}{0,25 \times \sqrt{0,5}} = \text{-0,3031} \Rightarrow N(d1) = 0,3809$$

$$d2 = d1 - \delta\sqrt{T} = -0,3031 - 0,25 \times \sqrt{0,5} = \text{-0,4799} \Rightarrow N(d2) = 0,3156$$

$$Call = 0,3809 \times 9,6526 - 10,5 \times e^{-0,029888 \times 0,5} \times 0,3156 = 0,4120$$

Paridade

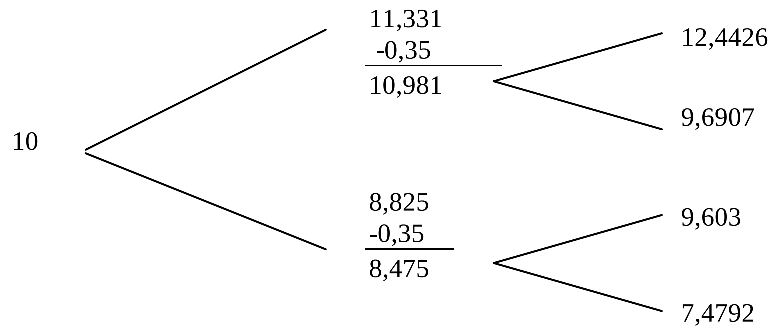
$$Call + PV(X) + PV(Div) = Put + Activo$$

$$Put = 0,4120 + 10,5 \times e^{-0,029888 \times 0,5} + 0,35 \times e^{-0,029888 \times 0,25} - 10 = \mathbf{1,1037}$$

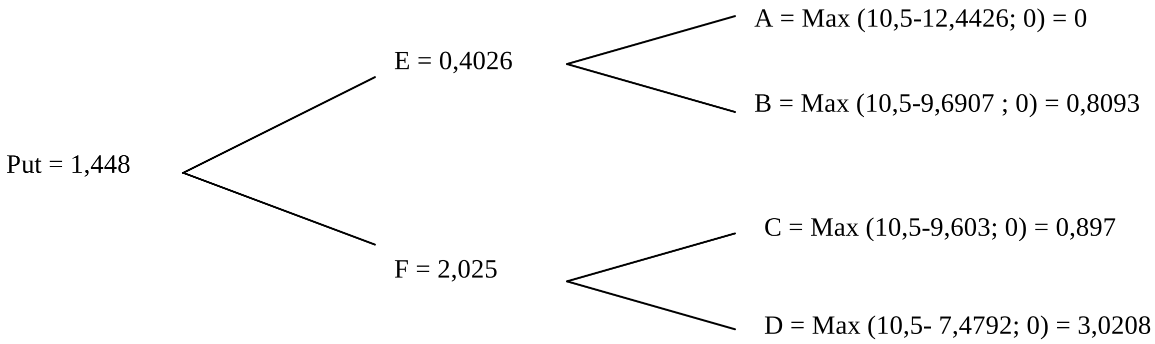
b)

$$u = e^{0,25 \times \sqrt{0,25}} = 1,1331\,;\quad d = \frac{1}{1,1331} = 0,8825\,;\ r_{trimestral} = \frac{3\%}{4} = 0,0075 \quad p_u = \frac{1,0075 - 0,8825}{1,1331 - 0,8825} = 0,4988$$

Evolução prevista da Cotação



Put Americana com X = 10,5:



$$E = Max\left[\frac{0,4988 \times 0 + 0,5012 \times 0,8093}{1,0075};10,5 - 10,981\right] = Max[0,4026;-0,481] = 0,4026$$

$$F = Max\left[\frac{0,4988 \times 0,897 + 0,5012 \times 3,0208}{1,0075};10,5 - 8,475\right] = Max[1,9468;2,025] = 2,025$$

$$Put = \left[\frac{0,4988 \times 0,4026 + 0,5012 \times 2,025}{1,0075}\right] = \mathbf{1,207}$$

Exercício 25

(Exame 2005/2006)

1) a)

Taxa de juro trimestral = $\frac{4\%}{4}$ = 1%

Paridade

$$Call + PV(X) + PV(Div) + PV(Div.Extra) = Put + Activo$$
$$Put = Call + PV(X) + PV(Div) + PV(Div.Extra) - Activo$$
$$Put = 1{,}05 + \frac{14}{1{,}01^2} + \frac{1}{1{,}01} + 0{,}5 - 15 = 1{,}05 + 13{,}72 + 0{,}99 + 0{,}5 - 15 = \textbf{1,26 Euros}$$

b) Se Put mercado (Put M) > Put paridade (Put *)

Compra: Call + valor actual do preço de exercício + dividendos Vs **Venda:** Put + activo

Ordens (Euros)	Hoje	Daqui a 3 m	Maturidade a 6 m	
			S < 14	S > 14
Compra Call	-1,05	-	0	S – 14
Depósito a 6 meses: PV (X)	-13,72	-	14	14
Depósito a 3 meses: PV (Div)	-0,99	1	-	-
Depósito: Div Extra	-0,5	-	-	-
Levantamento: Div Extra	0,5	-	-	-
Venda Put	Put M	-	-(14 – S)	0
Venda short do Activo	15-0,5	-1	-S	-S
Payoff Total	**Put M – Put***	**0**	**0**	**0**

Ganho sem risco da diferença entre a Put no mercado e o valor da Put em paridade.

Se Put mercado (Put M) < Put paridade (Put *)

Venda: Call + valor actual do preço de exercício + dividendos Vs **Compra:** Put + activo

Ordens (Euros)	Hoje	Daqui a 3 m	Maturidade a 6 m	
			S < 14	S > 14
Venda Call	1,05	-	0	-(S – 14)
Emprést. a 6 meses: PV (X)	13,72	-	-14	-14
Emprést. a 3 meses: PV (Div)	0,99	-1	-	-
Emprést.: Div Extra	0,5	-	-	-
Liquidação Emp.: Div Extra	-0,5	-	-	-
Compra Put	-(Put M)	-	14 – S	0
Compra do Activo	0,5-15	1	S	S
Payoff Total	**Put* – Put M**	**0**	**0**	**0**

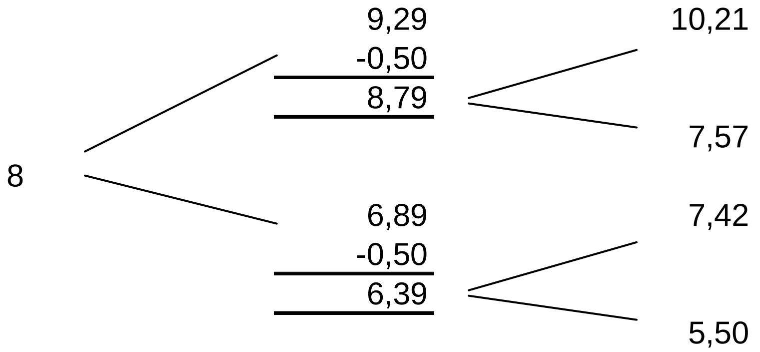
Ganho sem risco da diferença entre a Put em paridade e a Put no mercado.

2)

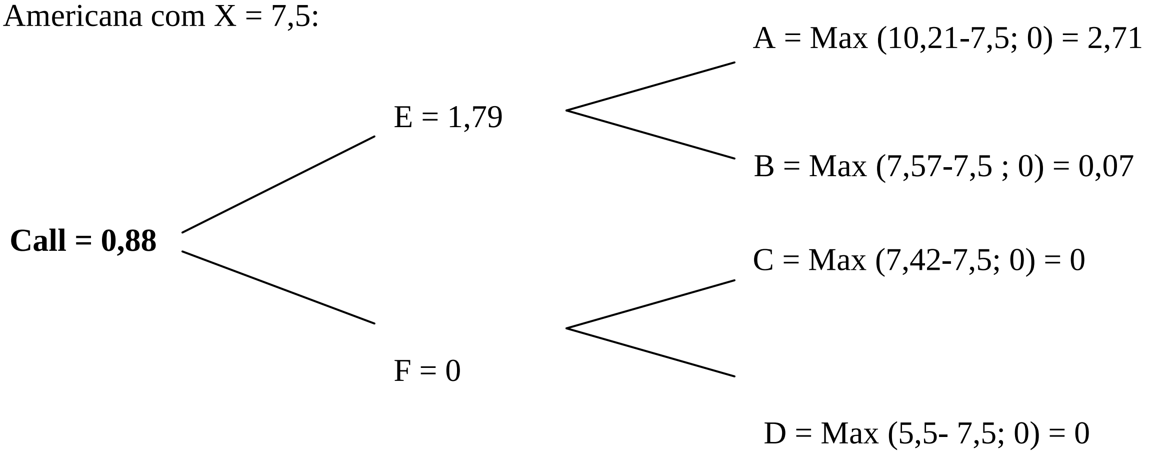
$$u = e^{0,3\times\sqrt{0,25}} = 1,16183\ ;\ d = \frac{1}{1,16183} = 0,86071;\ R_{trimestral} = \frac{4\%}{4} = 1\%$$

$$p_u = \frac{1,01 - 0,86071}{1,16183 - 0,86071} = 0,49578 \text{ e } p_d = 1 - 0,49578 = 0,50422$$

Evolução prevista da cotação



Call Americana com X = 7,5:



$$E = Max\left[\frac{0,49578\times 2,71 + 0,50422\times 0,07}{1,01};9,29 - 7,5\right] = Max[1,37;1,79] = 1,79$$

$$F = Max\left[\frac{0,49578\times 0 + 0,50422\times 0}{1,01};6,89 - 7,5\right] = Max[0;-0,61] = 0$$

$$Call = \left[\frac{0,49578\times 1,79 + 0,50422\times 0}{1,01}\right] = \mathbf{0,88}$$

b)

Black-Scholes

$R_{trimestral} = \frac{4\%}{4} = 1\%$; $r_{equivalente} = (1+0{,}01)^4 - 1 = 4{,}0604\%$; $r_{continua} = \ln(1+0{,}040604) = 3{,}98\%$

$Call = N(d1) \times S_0 - PV(X) \times N(d2)$

$S_0 = 8 \rightarrow S_0^* = S_0 - Div \times e^{-r\Delta t} = 8 - 0{,}5 \times e^{-0{,}0398 \times 0{,}25} =$ 8-0,495 = 7,505

Preço de exercício (X) = 7,5
Desvio Padrão (σ) = 0,30
Maturidade em anos = 0,5

$$d1 = \frac{\ln\left[\frac{7{,}505}{7{,}5}\right] + \left(0{,}0398 + \frac{0{,}3^2}{2}\right) \times 0{,}5}{0{,}3 \times \sqrt{0{,}5}} = 0{,}203 \Rightarrow N(d1) = 0{,}58043$$

$$d2 = d1 - \delta\sqrt{T} = 0{,}203 - 0{,}3 \times \sqrt{0{,}5} = \text{-}0{,}00915 \Rightarrow N(d2) = 0{,}49635$$

$$Call = 0{,}58043 \times 7{,}505 - 7{,}5 \times e^{-0{,}0398 \times 0{,}5} \times 0{,}49635 = \mathbf{0{,}71}$$

As diferenças entre o valor das duas Call derivam:

- Alínea a) é americana e a da alínea b) é europeia (só pode ser exercida na maturidade);
- Alínea a) calculada com o método binomial a 2 passos e a da alínea b) considerou uma evolução contínua da cotação.

Exercício 26

(Exame 2006/2007)

1) a)

$u = e^{0,25 \times \sqrt{0,25}} = 1{,}13$; $d = \dfrac{1}{1{,}13} = 0{,}88$; $R_{trimestral} = \dfrac{5\%}{4} = 1{,}25\%$

$p_u = \dfrac{1{,}0125 - 0{,}88}{1{,}13 - 0{,}88} = 0{,}53$ e $p_d = 1 - 0{,}53 = 0{,}47$

Evolução prevista da cotação

10

11,30
-0,60
10,70

12,09

9,42

8,80
-0,60
8,20

9,27

7,22

Call Americana com X = 10:

A = Max (12,09-10; 0) = 2,09

E = 1,3

B = Max (9,42-10 ; 0) = 0

Call = 0,68

C = Max (9,27-10; 0) = 0

F = 0

D = Max (7,22-10; 0) = 0

$$E = Max\left[\frac{0{,}53 \times 2{,}09 + 0{,}47 \times 0}{1{,}0125} ; 11{,}3 - 10\right] = Max[1{,}09;1{,}3] = 1{,}3$$

$$F = Max\left[\frac{0{,}53 \times 0 + 0{,}47 \times 0}{1{,}0125} ; 8{,}8 - 10\right] = Max[0;-1{,}2] = 0$$

$$Call = \left[\frac{0{,}53 \times 1{,}3 + 0{,}47 \times 0}{1{,}0125}\right] = \mathbf{0{,}68}$$

b)

Black-Scholes

$R_{trimestral} = \frac{5\%}{4} = 1{,}25\%$; $r_{equivalente} = (1+0{,}0125)^4 - 1 = 5{,}0945\%$; $r_{continua} = \ln(1+0{,}050945) = 4{,}968\%$

$Call = N(d1) \times S_0 - PV(X) \times N(d2)$

$S_0 = 10 \rightarrow S_0^* = S_0 - Div \times e^{-r\Delta t} = 10 - 0{,}6 \times e^{-0{,}04968 \times 0{,}25} = 10\text{-}0{,}5926 = 9{,}407$

Preço de exercício (X) = 10
Desvio Padrão (σ) = 0,25
Maturidade em anos = 0,5

$$d1 = \frac{\ln\left[\frac{9{,}407}{10}\right] + \left(0{,}04968 + \frac{0{,}25^2}{2}\right) \times 0{,}5}{0{,}25 \times \sqrt{0{,}5}} = \text{-}0{,}116 \Rightarrow N(d1) = 0{,}453$$

$$d2 = d1 - \delta\sqrt{T} = -0{,}116 - 0{,}25 \times \sqrt{0{,}5} = \text{-}0{,}293 \Rightarrow N(d2) = 0{,}385$$

$$Call = 0{,}453 \times 9{,}407 - 10 \times e^{-0{,}04968 \times 0{,}5} \times 0{,}385 = \mathbf{0{,}52}$$

As diferenças entre o valor das duas Call derivam:

- Alínea a) é americana e a da alínea b) é europeia (só pode ser exercida na maturidade);
- Alínea a) calculada com o método binomial a 2 passos e a da alínea b) considerou uma evolução contínua da cotação.

2)

Taxa de juro trimestral = $\frac{5\%}{4}$ = 1,25%

Paridade

$$Call + PV(X) + PV(Div) = Put + Activo$$
$$Call = Put + Activo - PV(X) - PV(Div)$$
$$Call = 0{,}35 + 4 - \frac{4}{1{,}0125^2} - \frac{0{,}15}{1{,}0125} = \mathbf{0{,}28\ Euros}$$

b) Se Call mercado > Call paridade
0,5 > 0,28 Euros

Venda: Call + valor actual do preço de exercício + dividendo Vs **Compra:** Put + activo

Ordens (Euros)	**Hoje**	**Daqui a 3 m**	**Maturidade a 6 m** S < 4	S > 4
Venda Call	0,5	-	0	-(S – 4)
Emprést. a 6 meses: PV (X)	3,92	-	-4	-4
Emprést. a 3 meses: PV (Div)	0,15	-0,15	-	-
Compra Put	-0,35	-	4 – S	0
Compra do Activo	-4	0,15	S	S
Payoff Total	**0,22**	**0**	**0**	**0**

Ganho sem risco de 0,22 Euros.

Exercício 27

(2ª Frequência 2006/2007)

a) $Call\left(X=1,75;T=6meses\right)=2\times N\left(0,67\right)-1,75\times N\left(0,49\right)\times e^{-\ln(1+4,08\%)\times\frac{1}{2}}=0,24$

$$Put=0,24+1,75\times e^{\ln(1+4,08\%)\times\frac{1}{2}}+0,1\times e^{\ln(1+4,08\%)\times\frac{1}{4}}-2=0,055$$

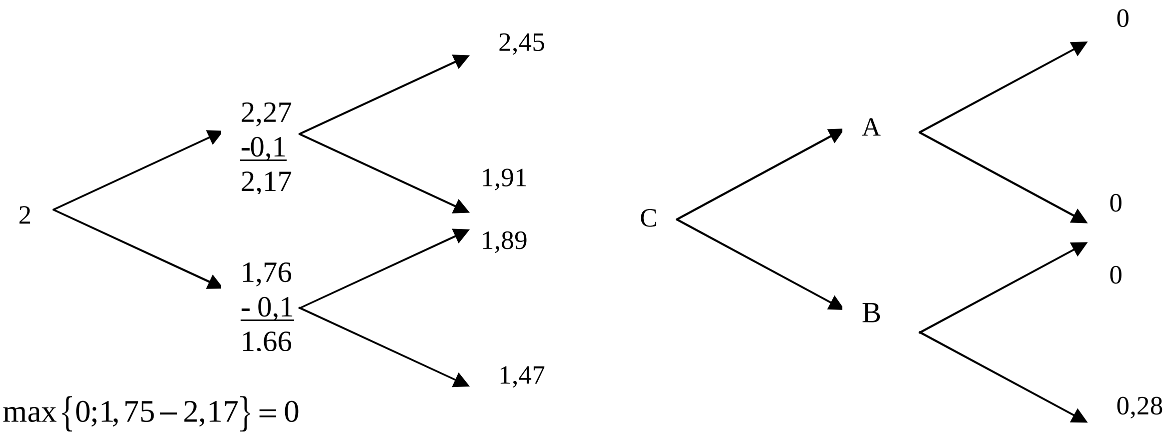
b) $0,5+1,2\times e^{\ln(4,08\%)\times\frac{1}{4}}+0,1\times e^{\ln(4,08\%)\times\frac{1}{4}}=0,25+2\,?$

$1,787\neq 2,25$

Nota: Como vou estar Short no activo, vou ter de pagar o dividendo

		Maturidade	
	Hoje	**S < 1,2**	**S > 1,2**
Long call	-0,5	0	S-1,2
Depósito VA(1,2)	-1,19	1,2	1,2
Short Put	0,25	-(1,2-S)	0
Short Activo	2	-S	-S
	0,56	**0**	**0**

c)



$$A=\max\left\{0;1,75-2,17\right\}=0$$

$$B=\max\left\{\frac{0,49\times 0,28}{1,01}=0,14;1,75-1,66=0,14\right\}=0,14$$

$$C=\max\left\{\frac{0,49\times 0,14}{1,01}=0,066;1,75-2\right\}=0,066$$

d)

Depósito à taxa 2% + $\frac{2}{S_0}$ Long Call (X=1,1; T = 6 meses) + $\frac{2}{S_0}$ Short Call (X=1,25; T= 6 meses)

	S<1,1	**1,1<S<1,25**	**S>1,25**
Depósito	0,02	0,02	0,02
2/S0 Long Call (X=1,1)	0	(S-1,1)	(S-1,1)
2/S0 Short Call (X=1,175)	0	0	-(S-1,25)
Total	**0,02**	**0,02 + (S-1,1)**	**0,02+0,15**