



UNIVERSIDADE CATÓLICA PORTUGUESA
Faculdade de Ciências Económicas e Empresariais
Licenciatura em Administração e Gestão de Empresas
Licenciatura em Economia

2º Teste de ESTATÍSTICA II

Ano Lectivo de 2008/09

14 de Janeiro de 2009
Duração: 2h30m

Szabolcs Sebestyén
Patrícia Cruz
Carla Martins
Filipa Santos
Pedro Mesquita
David Mota

- Responda a cada grupo em folhas separadas. Se não fizer algum grupo, entregue em branco a folha respectiva devidamente identificada.
- Leia atentamente as questões antes de as responder.
- Justifique as suas respostas e explicita todas as hipóteses que utilizar.
- Defina cuidadosamente todas as variáveis que utilizar.

BOA SORTE!

I (7 val.)

PARTE A

Uma recente directiva europeia regulamentou o tamanho das bolas de berlin vendidas nas praias da UE. A autoridade fiscalizadora portuguesa, a AZAR, realiza frequentes rusgas junto dos vendedores. Em cada investigação é medido o diâmetro de 30 bolas. Assuma que o diâmetro das bolas segue uma distribuição normal.

Durante uma investigação na Praia das Cenouras foram recolhidos os seguintes dados referentes às bolas de berlin do Sr. Anacleto:

$$\sum_{i=1}^{30} X_i = 270 \quad \sum_{i=1}^{30} X_i^2 = 2894$$

- Estime o verdadeiro valor médio do diâmetro das bolas através de um intervalo de confiança a 95%.
- De forma a reduzir o tempo de avaliação de cada vendedor, a AZAR decidiu diminuir a dimensão da amostra. Para o mesmo nível de confiança, determine a dimensão mínima de forma a que a amplitude do intervalo seja no máximo de 4 cm. (Assuma que a variância da população é conhecida e igual a 16)

Nas praias do sul de Espanha, as bolas de berlin começaram este ano a ser fiscalizadas. Foram avaliadas 30 bolas do Sr. Fernandez, tendo sido encontrada uma variância corrigida igual a 15.5 cm². Com base neste valor, foi estimado o seguinte intervalo de confiança para variância do diâmetro das bolas: [8.589; 34.258]. (Assuma que o diâmetro das bolas de berlin espanholas segue uma distribuição Normal)

- Qual o nível de confiança utilizado na construção do intervalo?

PARTE B

- (a) Seja a amostra aleatória (X_1, X_2, \dots, X_n) retirada de uma população de Bernoulli e a estatística seguinte um estimador para o parâmetro p desta população:

$$T = \frac{1}{n-2} \left(\sum_{i=1}^{n-2} X_i + 4X_n \right)$$

- (a) Estude T quanto ao enviesamento.
(b) Será T um estimador consistente?
- (b) Suponha que X é uma variável aleatória com distribuição Poisson.
- (a) Determine o estimador de máxima verosimilhança para o parâmetro $\beta = \frac{[\text{Var}(X)]^2}{\mathbb{E}(X)}$.
(b) Com base nos seguintes valores amostrais obtidos (20, 21, 22) apresente uma estimativa para β .

II (7 val.)

PARTE A

Com o objectivo de decidir sobre a compra de um espaço publicitário num programa de TV para apoiar o lançamento do novo gelado “Fever for Caramel”, a Sempre Frio, SA decidiu recolher uma amostra de 100 pessoas para a realização de um inquérito. Do total de inquiridos, 82 pessoas declararam ver o programa assiduamente, 10 de vez em quando e os restantes declararam nunca ver. Suponha que a empresa só comprará o referido espaço se for credível a hipótese de que a percentagem de pessoas que vê assiduamente o programa é de, pelo menos, 85%.

- (a) Qual a decisão a tomar ($\alpha = 0.05$)?
(b) Com a decisão que tomou, qual o tipo de erro que pode estar a cometer? Qual a sua probabilidade se na realidade 80% das pessoas vêem assiduamente o programa de TV?
(c) Com base nas hipóteses formuladas na alínea (a), determine para que valores de significância esta amostra levará à tomada da decisão contrária.

PARTE B

Após a realização da campanha publicitária para o lançamento do “Fever for Caramel”, a direcção da Sempre Frio, SA decidiu avaliar os seus resultados. O Director de Marketing afirma que as vendas médias diárias por loja subiram mais de 10% face às 500 unidades diárias vendidas anteriormente. No entanto, o Director Geral não concorda com tal afirmação defendendo que a perspectiva do Director de Marketing é demasiado optimista. Para tal, a equipa de Marketing avaliou o desempenho de 50 lojas, tendo obtido uma média de 555 unidades e uma variância corrigida igual a 125.

- (a) A qual dos dois directores deve ser atribuída razão ($\alpha = 0.1$)?

O Director de Marketing afirmou, ainda, que a campanha originou uma maior homogeneidade das vendas do gelado “Fever for Caramel” por loja. Esta afirmação foi sustentada pela comparação dos valores obtidos na amostra acima referida com uma outra obtida antes da campanha. Nessa amostra foram avaliadas 40 lojas, resultando um desvio-padrão corrigido das vendas de 12 unidades.

- (b) Concorda com a afirmação do Director de Marketing? (Utilize um teste apropriado e assumo o/os pressuposto/s necessário/s)

III (6 val.)

Diga se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas. Justifique as suas respostas.

- (a) Num teste de hipóteses em que a hipótese alternativa é simples, a função potência alcança o seu mínimo sob essa hipótese e o seu valor nesse ponto é β .
- (b) Três academias de inglês oferecem aulas para preparar o TOEFL. Para avaliar a eficácia das três academias, recolheu-se uma amostra aleatória de 15 alunos, 5 de cada academia, e observou-se a pontuação obtida no TOEFL. A informação dada pela amostra está resumida na seguinte tabela:

Source	Sum of sq.	df	Mean sq.	F-ratio
Between group	240.9333			
Within group				
Total	1207.3333			

Então, as três academias são igualmente eficazes.

- (c) Num teste de hipóteses, ao aumentar o nível de significância o p -value também aumenta.
- (d) Ao longo de cem minutos, 190 veículos chegaram à Via Verde numa autoestrada. A seguinte tabela mostra a frequência de chegadas por minuto ao longo desse intervalo de tempo:

Número de chegadas	0	1	2	3	≥ 4
Frequência observada	10	267	35	24	5

Então, a chegada de veículos à Via Verde segue uma distribuição de Poisson.

- (e) Recolheu-se uma amostra aleatória de 172 alunos de contabilidade aos quais foi pedido que avaliassem algumas condições de trabalho numa escala de 1 (não importante) a 5 (extremadamente importante). A “segurança do trabalho” recebeu uma classificação média de 4.38 com um desvio padrão amostral de 0.7. A probabilidade da média da população estar no intervalo $[4.24; 4.52]$ é 0.99.