



Grupo I (sete valores)

Numa determinada unidade fabril são produzidos esquentadores. Cada esquentador tem uma placa do tipo I e uma placa do tipo II. O número de defeitos nas placas do tipo I, X , é uma variável aleatória com função de probabilidade,

$$f(x) = \frac{e^{-1}1^x}{x!}$$

enquanto que o número de defeitos nas placas do tipo II, Y , é uma variável com função de probabilidade,

$$f(y) = \frac{e^{-2}2^y}{y!}$$

O número de defeitos nas placas do tipo I é independente do número de defeitos nas placas do tipo II.

- a) Sabendo que num esquentador aleatoriamente seleccionado a placa do tipo II tem 1 defeito, qual a probabilidade da placa do tipo I ter um defeito? [0.3679]
- b) Calcule a probabilidade do número total de defeitos nas placas do tipo I e II num esquentador ser superior a 4. [0.1847]

No processo de produção, os esquentadores que passam por 3 zonas distintas de uma linha de montagem A, B e C. O tempo de trabalho em cada uma destas zonas segue uma distribuição normal com variâncias 20, 25 e 36, respectivamente. Sabe-se, ainda, que em 50% das vezes o tempo de trabalho nas zonas A, B e C é inferior a 10, 20 e 30 minutos, respectivamente. Os tempos de fabrico em cada zona constituem variáveis aleatórias independentes.

- c) Qual a probabilidade do tempo total de produção de um esquentador ser inferior a 70 minutos? [0.8665]
- d) Qual a probabilidade do tempo de trabalho na zona C exceder em mais de 10 minutos a soma dos tempos de trabalho nas zonas A e B? [0.1335]



Na zona A foi recolhida uma amostra de 25 observações do tempo de trabalho, na zona B foi recolhida uma amostra dos tempos de produção de 35 esquentadores e na zona C foi recolhida uma amostra também com 35 observações do tempo de trabalho.

- e) Calcule a probabilidade de nas amostras mencionadas a diferença entre os tempos médios de produção nas zonas C e B ser superior a 9 minutos? [0.7764]
- f) Calcule a probabilidade de nas amostras mencionadas a dispersão do tempo de produção na zona C ser mais de três vezes superior à dispersão do tempo de produção na zona A. [0.1]

Grupo II (sete valores)

O Prof. Palaré, antigo professor de Estatística, não aguenta mais as saudades. Num acto de loucura, decidiu interromper a sua doce reforma para voltar à FCEE com um novo projecto: estudar a percentagem do seu tempo livre que os alunos dedicam ao estudo de estatística. Considere que esse valor se distribui uniformemente no intervalo $[0\%; k\%]$.

- a) Sabendo que 33,3% dos alunos dedicam menos de 15% do seu tempo livre a estudar estatística, determine k . [$k = 45$]

Se não conseguiu calcular o valor de k em a), assuma que é igual a 45%.

- b) Qual a probabilidade de, numa turma de 30 alunos, o professor encontrar menos de dois alunos que dedicam menos de 5% do seu tempo ao estudo desta adorável disciplina? Nota: Não faça aproximações no cálculo desta probabilidade. [0.13909]
- c) O que o Prof. Palaré sentia mesmo eram saudades do contacto com os alunos. Por isso decidiu entrevistar alunos até encontrar 5 que dediquem mais de 18% do seu tempo livre a estudar estatística. Qual a probabilidade de ter de entrevistar 20 alunos para cumprir o seu objectivo? [0.000325]



Desde o seu tempo de docência que o Prof. Palaré acredita que a nota dos alunos está altamente relacionada com o esforço que dedicam à disciplina. Na sua opinião, os alunos que dedicam mais de 25% do seu tempo livre à cadeira obtêm aprovação com 80% de probabilidade, enquanto que, para os restantes alunos, essa probabilidade de aprovação reduz-se para 35%.

- d) Do total de 300 alunos que estudam estatística foi recolhida uma amostra de 60 alunos. Qual a probabilidade de metade dos alunos serem aprovados? [0.0788]

O Prof. Palaré está estupefacto com a nova realidade da FCEE. Ele, que tinha a forte convicção de saber a receita para o sucesso dos alunos, está a ver fracos progressos nas suas conclusões. Numa última tentativa, resolve estudar o número de exercícios correctamente resolvidos.

- e) O Prof. Palaré tem em sua posse a informação de que apenas 1% dos alunos não consegue resolver correctamente nenhum exercício durante um dia de estudo (8 horas). Um determinado aluno acabou de resolver correctamente um exercício. Qual a probabilidade de demorar menos de 20 minutos até conseguir resolver mais um exercício com sucesso? [0.1747]

Grupo III (seis valores)

1) Considere a distribuição binomial. Responda às questões seguintes:

- a) Porque se diz que esta é uma distribuição “discreta”?
- b) Porque razão a função de densidade desta distribuição tem a forma que tem, isto é, a que se deve o termo p^x ? E o termo $(1-p)^{n-x}$? E o termo C_x^n representa o quê?
- c) Em que condições deixamos de utilizar a distribuição binomial para usar a hipergeométrica?



- 2) O que é uma amostra? Porque razões trabalhamos com amostras e não com a população? Dê exemplos que ilustrem as razões que apontar. Que propriedades deve uma amostra verificar e porquê?
- 3) As acções das empresas A e B estão cotadas na bolsa da Bordúria. Comente as seguintes afirmações, admitindo que os rendimentos destas acções são variáveis aleatórias que seguem a distribuição normal com média 5% e variância 6:
- a) “Se os rendimentos de A e B têm uma correlação de -1, um portfolio com a mesma quantidade de acções de A e de acções de B tem um rendimento esperado de 0.”
- b) “Se os rendimentos de A e B têm uma correlação de -1, um portfolio com a mesma quantidade de acções de A e de acções de B tem uma variância de 0.”
- c) “Se os rendimentos de A e B têm uma correlação positiva, um portfolio com acções de A e de B não reduz o risco.”