

**Final exam**  
**June 30, 2008**  
**Statistics II**

---

1. (7 points) Relativamente a certa questão de política local, existem duas correntes de opinião  $A$  e  $B$ . Determinada fonte de informação declara que os adeptos de  $A$  são em número superior aos adeptos de  $B$ . Os dirigentes de  $B$  resolveram, então, inquirir aleatoriamente 1000 indivíduos, tendo verificado que apenas 450 apoiavam  $A$ , enquanto que os restantes preferiam  $B$ .

- (a) Determine uma estimativa do parâmetro “proporção de adeptos de  $A$ ”, via método da máxima verosimilhança e método do momentos.

**Solution:**

- (b) Calcule o limite mínimo para a variância dos estimadores não enviesados de  $p$ .
- (c) Suponha que pretende construir um intervalo de confiança a 97.5% para o parâmetro referido na alínea anterior. Qual deverá ser a dimensão mínima da amostra a recolher para termos uma margem máxima de erro de 3.2%?
- (d) Suponha que se pretende testar a hipótese da corrente  $A$  ser maioritária para um nível de significância de 5%. Calcule a potência do teste associada, sabendo que a verdadeira proporção de adeptos de  $A$  é 52% e represente graficamente essa função, indicando o valor mínimo e um valor intermédio.
- (e) Calcule o intervalo de confiança a 90% para a verdadeira proporção de adeptos de  $A$ . Interprete o resultado obtido.
2. (7 points) Numa rua deste país, 30% dos transeuntes fazem compras na loja do tio Zé. Para melhorar a qualidade dos seus serviços, o Tio Zé pretende ir para a rua com o objectivo de entrevistar 10 clientes da sua loja.
- (a) Qual a probabilidade de o Tio Zé ter que entrevistar 20 pessoas para atingir o seu objectivo?

**Solution:**

Em vez de ir para a rua fazer entrevistas, o Tio Zé resolveu entrevistar todos os clientes que aparecerem na loja. Sabe-se que em média chegam 4 pessoas à loja por cada 10 minutos.

- (b) Calcule a probabilidade de no mesmo minuto entrarem na loja mais do que duas pessoas para o Tio Zé entrevistar.

A Tia Maria convenceu o Tio Zé a aumentar a amostra de pessoas a entrevistar. Assim, o Tio Zé resolveu entrevistar pelo menos 200 pessoas na sua loja.

- (c) Calcule a probabilidade de durante um único dia (a loja está aberta diariamente durante 8 horas), se conseguir entrevistar entre 200 a 250 pessoas (inclusive).

Uma das perguntas do inquérito do Tio Zé era a seguinte: Está satisfeito com os serviços da loja? A resposta seria dada numa escala de 1 a 5, em que 1 indicava elevado grau

de descontentamento e 5 indicava elevado grau de satisfação com a loja. Sabe-se que, independentemente da pessoa entrevistada, a distribuição de probabilidade de resposta a esta pergunta é a seguinte:

$X$	$f(x)$
1	0.1
2	0.2
3	0.3
4	0.3
5	0.1

- (d) Sabendo que no dia anterior o Tio Zé entrevistou cerca de 250 pessoas, determine qual a probabilidade da pontuação total obtida nas respostas ser inferior a 750.
- (e) Calcule qual a probabilidade de na mesma amostra de 250 pessoas a média de respostas ser superior a 3.25 pontos.
3. (6 points) Diga se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas. Justifique as suas respostas.
- (a) Ao calcular o p-value dum teste tem de se ter em conta o nível de significância desse teste.

**Solution:**

- (b) Um vendedor contacta telefonicamente com potenciais clientes para analisar se valerá a pena uma visita ao domicílio. A sua experiência indica-lhe que 40% dos seus contactos telefónicos resultam em visitas ao domicílio. Se contactar 100 pessoas por telefone, a probabilidade de realizar entre quarenta e cinquenta e cinco visitas é 0.8668.

**Solution:**

- (c) Estimou-se que 43% dos licenciados em economia consideram que é muito importante ter uma cadeira de ética empresarial. A probabilidade de mais de metade de uma amostra de 80 licenciados em economia, seleccionada aleatoriamente, partilhar desta opinião é aproximadamente 0.1.

**Solution:**

- (d) Seja  $X_1, X_2, X_3$  uma amostra aleatória recolhida numa população com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . Considere os seguintes dois estimadores não-enviesados para  $\mu$ :

$$\hat{\mu}_1 = \frac{X_1 + 2X_2 + 3X_3}{6} \quad \hat{\mu}_2 = \frac{X_1 + 4X_2 + X_3}{6}.$$

O estimador  $\hat{\mu}_1$  é mais eficiente do que  $\hat{\mu}_2$ .

**Solution:**

- (e) O Reitor duma universidade pensa que 60% dos alunos consideram os cursos que realizam como muito úteis, 20% como pouco úteis, e 20% como nada úteis. Recolheu-se uma amostra aleatória de 100 alunos que foram inquiridos sobre a utilidade dos cursos. Sessenta e oito consideram que os cursos são muito úteis, 18 consideram que são pouco úteis e 14 consideram que não são úteis. Os resultados obtidos corroboram a opinião pessoal do Reitor.