UNIVERSIDADE CATÓLICA PORTUGUESA

FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÓMICAS E EMPRESARIAIS

LICENCIATURAS EM ECONOMIA E GESTÃO

ESTATÍSTICA I

1ª Frequência – 4 de Abril de 2009

APRESENTE TODOS OS CÁLCULOS EFECTUADOS
JUSTIFIQUE TODAS AS SUAS RESPOSTAS
RESPONDA A CADA GRUPO NUMA FOLHA SEPARADA

I (5,0 valores)

Considere a distribuição de frequência da variável estatística *X* que representa o montante de subsídios (em determinadas u.m.) atribuídos a um grupo de 60 agricultores.

X	*F(x)*
[0 -1]	6
] 1 – 2]	15
] 2 – 4]	24
] 4 – 8]	15

a) Construa o histograma e o polígono de frequências absolutas para a variável *X*;

b) *i)* Calcule o valor das principais medidas de tendência central para a variável *X* , i.e., média, mediana e moda;

ii) Determine a percentagem de agricultores cujo montante de subsídio recebido está acima da média;

iii) Utilizando os valores determinados em *i),* estude o enviezamento da distribuição da variável.

c) Considere agora que os agricultores vão beneficiar de um aumento no montante de subsídio que recebem. Qual a alteração no valor da média e da variância dos subsídios atribuídos se:

i) O aumento do subsídio for de 20% para cada agricultor;

ii O aumento do subsídio for igual a 1 u.m. para cada agricultor.

Justifique cuidadosamente.

II (6,0 valores)

Considere o mercado de distribuição de *software* de uma determinada economia. Nesse mercado actuam 200 empresas para as quais se dispõe de informação sobre o valor da sua facturação mensal e o número de escritórios de cada uma delas. Essa informação está sintetizada na tabela abaixo em que a variável X representa o "valor da facturação mensal (em milhares de euros)" e a variável Y o "número de escritórios".

X \ Y	1	2	3	4	5
[0 – 10]	15	3	2	0	0
] 10 - 30]	20	10	15	8	2
] 30 – 50]	10	20	30	15	5
] 50 – 100]	0	0	10	15	10
] 100 – 500]	0	0	3	4	3

a) Obtenha as distribuições de frequência marginais relativas das variáveis X e Y;

b) Considere que as empresas com facturação igual ou inferior a 50 mil euros são consideradas "pequenas empresas" e as que apresentam facturação acima dos 50 mil euros são "grandes empresas".

i) Obtenha as distribuições de frequência condicionais da variável "número de escritórios" (variável Y) para as "pequenas empresas" e para as "grandes empresas".

ii) Utilizando o indicador Desvio Absoluto Médio, compare a dispersão da variável Y em ambos os grupos de empresas. Interprete o resultado.

iii) Determine a mediana da variável Y, no caso das "pequenas empresas".

d) O valor da facturação e o número de escritórios em que as empresas operam são 2 indicadores da dimensão dessas empresas. Como tal, parece razoável admitirmos que as variáveis X e Y não sejam estatisticamente independentes. Utilizando resultados já obtidos em alíneas anteriores, justifique analiticamente esta afirmação.

III (6,0 valores)

A empresa *BurgarK* dispõe actualmente de três produtos, *Triplecheese* (bem *T*), *Chicken* (bem *C*) e *SpecialBurger* (bem *S*), relativamente aos quais se dispõe de informação sobre os seus preços e o valor das vendas realizadas entre 2004 e 2008.

	Produtos					
	Bem *T* *TripleCheese*		Bem *S* *SpecialBurger*		Bem *C* *Chicken*	
	Preço	Valor das Vendas	Preço	Valor das Vendas	Preço	Valor das Vendas
2006	51	5355	101	5555	23	5405
2007	57	6099	97	5917	25	5750
2008	65	6500	105	7035	27	6507

a) *i)* Descreva a evolução dos preços praticados pela empresa *BurgarK* entre 2006 e 2008 através de um índice de preços relativos, agregado e ponderado. Utilize o ano de 2006 para ano base e para os ponderadores.

ii) Como se designa este índice?

b) Qual a taxa de crescimento médio anual dos preços da empresa *BurgarK* entre 2006 e 2008? Justifique.

c) Foi efectuada uma previsão da evolução dos preços da empresa *BurgarK* para 2009 e 2010. Utilizando essa previsão, obtiveram-se os seguintes valores para o respectivo índice de preços, com base em 2009:

Ano	$I^{P}_{t/2009}$
2008	98
2009	100
2010	103

i) Apresente a série completa de índices de preços para os anos de 2008 a 2010, com base em 2006 (use os resultados obtidos em a)*i)*). Justifique os cálculos.

ii) Que propriedade dos números índices utilizou? Os valores obtidos são exactos? Justifique.

d) Sabendo que o Índice de Quantidades de Paasche para 2008, com base em 2006, é igual a 105,79, determine o valor do Índice de Quantidades de Fisher para 2008 com base em 2006.

IV (3,0 valores)

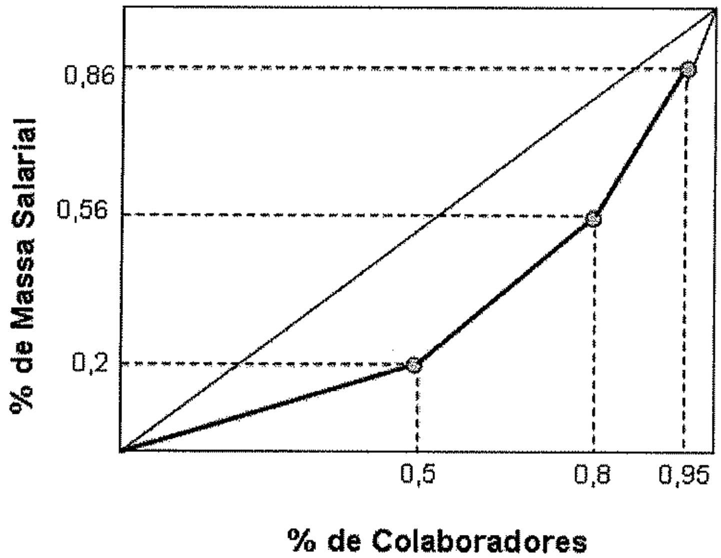
O Administrador do grupo empresarial *ModaXY* pretende conhecer a distribuição salarial nas duas empresas que constituem este grupo, as empresas *TOPX* e *TOPY*, cada uma delas com 100 trabalhadores. Para tal, solicitou a recolha de dados estatísticos sobre este assunto.

A informação recolhida pela empresa TOP*X* está apresentada na tabela abaixo:

X - Remuneração Mensal	F_i	$X_i F_i$	$X_i^2 f_i$
[0 – 500]	30	7500	18750
] 500 – 1000]	40	30000	225000
] 1000 – 1500]	20	25000	312500
] 1500 – 2000]	10	17500	306250
Total	$N = 100$	80000	862500

A informação relativa à empresa *TOPY* inclui uma tabela indicando as classes salariais consideradas relevantes na empresa e um gráfico:

Y- Remuneração Mensal
[0 – 1000]
] 1000 – 2000]
] 2000 – 3000]
] 3000 – 4000]



a) Compare o montante **total** de salários que são pagos ao conjunto dos trabalhadores (massa salarial) de cada uma das empresas *TOPX* e *TOPY*. Justifique os cálculos que efectuar.

b) *i)* Utilizando um indicador apropriado, avalie o grau de concentração da distribuição salarial na empresa *TOPX*;

ii) Ilustre graficamente o grau de concentração da empresa *TOPX* e compare-o com o da empresa *TOPY*. O que conclui?

(**Nota**: Utilize a folha auxiliar em anexo, identifique-a e coloque-a dentro do seu teste)

LICENCIATURAS EM ECONOMIA E GESTÃO

ESTATÍSTICA I
FORMULÁRIO

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_i F_i x_i = \sum_i f_i x_i \qquad \bar{x}_w = \sum_i w_i x_i \ \ (\text{com } \sum_i w_i = 1)$$

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1^{F_1} \times x_2^{F_2} \times \cdots} \qquad \bar{x}_h = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_i F_i \frac{1}{x_i}} = \frac{1}{\sum_i f_i \frac{1}{x_i}}$$

$$M_o = l_m + k \times \frac{F_m - F_{m-1}}{(F_m - F_{m+1}) + (F_m - F_{m-1})}$$

$$M_e = l_{m_e} + k_{m_e} \frac{0{,}5 - s(l_{m_e})}{s(L_{m_e}) - s\ (l_{m_e})}$$

$$Q_I = l_I + k_I \frac{0{,}25 - s(l_I)}{s(L_I) - s\ (l_I)} \qquad Q_{III} = l_{III} + k_{III} \frac{0{,}75 - s(l_{III})}{s(L_{III}) - s\ (l_{III})}$$

$$IV = \max_{x_i}\{x_i\} - \min_{x_i}\{x_i\}; \qquad IIQ = Q_{III} - Q_I$$

$$DAM_x = \frac{1}{n}\sum_i F_i \,|x_i - \bar{x}| = \sum_i f_i \,|x_i - \bar{x}|$$

$$s_x^{\ 2} = \frac{1}{n}\sum_i F_i (x_i - \bar{x})^2 = \sum_i f_i (x_i - \bar{x})^2 = \sum_i f_i x_i^2 - \bar{x}^2$$

$$s_x = +\sqrt{s_x^{\ 2}}$$

$$C_v = \frac{s_x}{\bar{x}} \times 100$$

$$CA_p = \frac{\bar{X} - M_o}{s}; \qquad CA_B = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M_e}{Q_3 - Q_1}$$

$$K_{Fisher} = \frac{\sum_{i=1}^{m} (x_i - \bar{X})^4 F_i \big/ n}{\left[\sum_{i=1}^{m} (x_i - \bar{X})^2 F_i \big/ n\right]^2} \qquad K = \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{90} - P_{10})}$$

$$IG = 1 - \sum_{j=1}^{m} (q_j + q_{j-1}) \times (p_j - p_{j-1})$$

$$F_i^{(x)} = F_i\left(X = x_i\right) = \sum_j F_{ij}\,; \qquad F_j^{(y)} = F_j\left(Y = y_j\right) = \sum_i F_{ij}$$

$$f\left(y_j \mid x_i\right) = \frac{F\left(x_i, y_j\right)}{F_i^{(x)}} = \frac{f\left(x_i, y_j\right)}{f_i^{(x)}}\,; \qquad f\left(x_i \mid y_j\right) = \frac{F\left(x_i, y_j\right)}{F_j^{(y)}} = \frac{f\left(x_i, y_j\right)}{f_j^{(y)}}$$

$$COV\left(X,Y\right) = \frac{1}{n}\sum_k \left(x_k - \overline{x}\right)\left(y_k - \overline{y}\right) = \sum_k x_k y_k - \overline{x}\,\overline{y}$$

$$COV\left(X,Y\right) = \frac{1}{n}\sum_i \sum_j F_{ij}\left(x_i - \overline{X}\right)\left(y_j - \overline{Y}\right) = \sum_i \sum_j f_{ij}\left(x_i - \overline{x}\right)\left(y_j - \overline{y}\right) = \sum_i \sum_j \left(x_i y_j f_{ij}\right) - \overline{x}\,\overline{y}$$

$$r\left(X,Y\right) = \frac{COV\left(X,Y\right)}{s_x s_y}$$

$$I_{t/0}^{(p)} = \frac{p_t}{p_0}\times 100\,; \qquad I_{t/0}^{(q)} = \frac{q_t}{q_0}\times 100\,; \qquad I_{t/0}^{(v)} = \frac{p_t q_t}{p_0 q_0}\times 100 \qquad I_{t/0}^{(p)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{ti}}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i}}\times 100$$

$$I_{(t/0)}^{(p)} = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{p_{ti}}{p_{0i}}\right)\times 100\,; \qquad I_{t/0}^{(q)} = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{q_{ti}}{q_{0i}}\right)\times 100$$

$$I_{(t/0)}^{(p)} = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{p_{ti}}{p_{0i}}\times w_i\right)\times 100\,; \qquad I_{t/0}^{(q)} = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{q_{ti}}{q_{0i}}\times w_i\right)\times 100$$

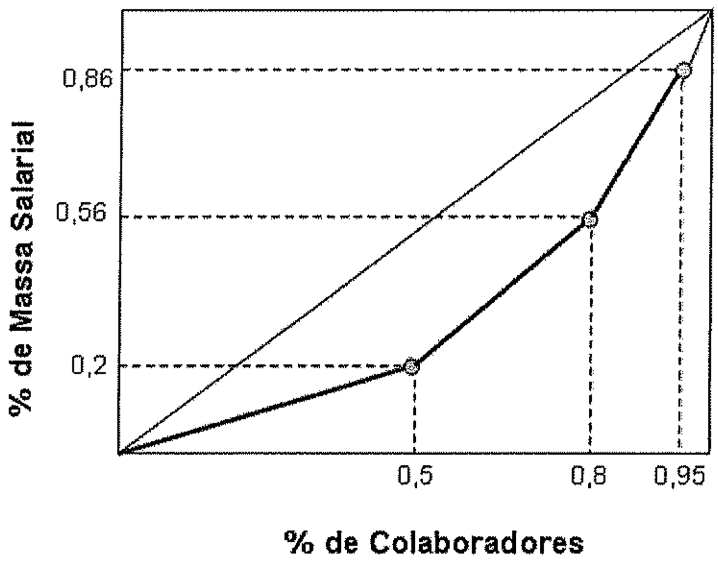
$$I_{t/0}^{(p)}\left(L\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{ti} q_{0i}}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i} q_{0i}}\times 100\,; \qquad I_{t/0}^{(q)}\left(L\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{0i} q_{ti}}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i} q_{0i}}\times 100$$

$$I_{t/0}^{(p)}\left(P\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{ti} q_{ti}}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i} q_{ti}}\times 100\,; \qquad I_{t/0}^{(q)}\left(P\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{ti} q_{ti}}{\sum_{i=1}^{n} p_{ti} q_{0i}}\times 100$$

$$I_{t/0}\left(F\right) = \sqrt{I_{t/0}\left(L\right)\times I_{t/0}\left(P\right)}$$

Nome
Número

Grupo IV b) ii)



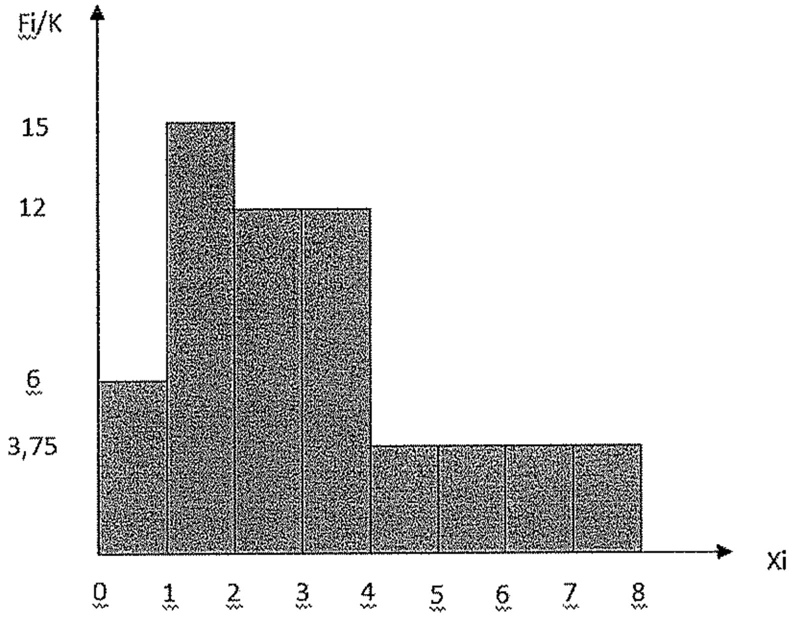
Comentário:

ESTATÍSTICA I – FCEE - 1º TESTE - 4 DE ABRIL DE 2009

É apresentada a resolução de referência. Outras formas de responder correctas foram consideradas correctas. Quando são apresentadas resoluções alternativas, só uma é que foi exigida.

Grupo I

a)



Além do histograma indicado na figura acima o gráfico deveria também incluir o polígono de frequências.

b)

i)

Classes	xi	Fi	fi	si	K	Fi/K	Xifi
0-1	0,5	6	0,1	0,1	1	6	0,05
1-2	1,5	15	0,25	0,35	1	15	0,375
2-4	3	24	0,4	0,75	2	12	1,2
4-8	6	15	0,25	1	4	3,75	1,5
		60	1				3,125

Média = $\sum xifi = 3{,}125$

Mediana : $\frac{4-2}{0{,}75-0{,}35} = \frac{Me-2}{0{,}5-0{,}35} \Leftrightarrow Me - 2 = 0{,}75 \Leftrightarrow Me = 2{,}75$

Ou Mediana = $2 + 2 * \frac{0{,}5-0{,}35}{0{,}75-0{,}35} \Leftrightarrow Me = 2{,}75$

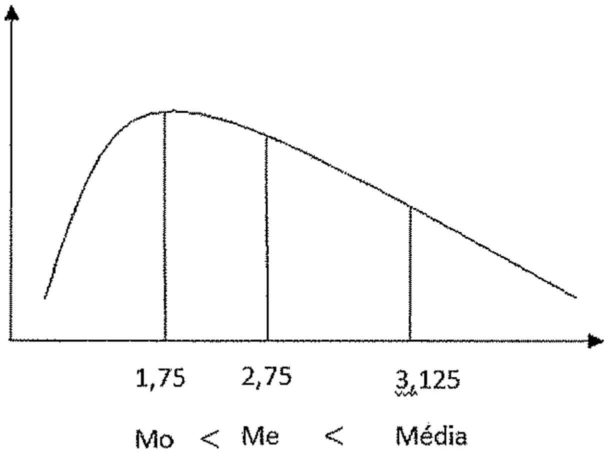
Moda : $\frac{15-6}{Mo-1} = \frac{15-12}{2-Mo} \Leftrightarrow 9(2-Mo) = 3(Mo-1) \quad \Leftrightarrow \; 18-9Mo = 3Mo-3 \;\; \Leftrightarrow$
$Mo = 1{,}75$

Ou Moda = $1 + 1 * \frac{15-6}{(15-6)+(15-12)} \Leftrightarrow \; Mo = 1{,}75$

ii)
$\frac{0{,}75-0{,}35}{4-2} = \frac{s(3{,}125)-0{,}35}{3{,}125-2} \quad \Leftrightarrow \; s(3{,}125) = 0{,}575$
$1 - s(3{,}125) = 0{,}425$

42,5 % dos agricultores recebem subsídios acima da média.

iii)



Distribuição assimétrica positiva ou enviesada à esquerda.

c)

Classes	xi	Fi	fi	si	K	Fi/K	Xifi	$(xi-3{,}125)^2 * \text{fi}$
0-1	0,5	6	0,1	0,1	1	6	0,05	0,689
1-2	1,5	15	0,25	0,35	1	15	0,375	0,660
2-4	3	24	0,4	0,75	2	12	1,2	0,006
4-8	6	15	0,25	1	4	3,75	1,5	2,066
		60	1				3,125	3,422

Subsídio = 20%
$yi = 1{,}2\,xi \qquad y{:}\,novo\ subsídio = xi + aumento\ 20\%$
$\bar{y} = \sum(1{,}2xi)fi = 1{,}2\sum(xifi) = 1{,}2\,\bar{x} = 1{,}2 * 3{,}125 = 3{,}75$

$var(y) = \sum(yi-\bar{y})^2 fi = \sum(1{,}2xi - 1{,}2\bar{x})^2 fi = \sum 1{,}2^2(xi-\bar{x})^2 fi = 1{,}2^2\ var\ x = 1{,}2^2 * 3{,}422 = 4{,}928$

A média aumenta 20% e a variância aumenta $(1,2)^2 = 44\%$

Classes	xi	xi´=1,2* xi	Fi	fi	xi´*fi	$(xi-3{,}75)^2 * \text{fi}$
0-1	0,5	0,6	6	0,1	0,06	0,992
1-2	1,5	1,8	15	0,25	0,45	0,951
2-4	3	3,6	24	0,4	1,44	0,009
4-8	6	7,2	15	0,25	1,8	2,976
			60	1	3,75	4,928

Subsídio = + 1 unidade

Zi = Xi + 1 : novo subsídio = xi + aumento de 1 unidade

$$\bar{Z} = \sum zifi = \sum (xi+1)fi = \sum xifi + \sum fi = \bar{x} + 1 = 4{,}125$$

$$Var\ z = \sum (Zi - \bar{Z})^2 \ \mathrm{fi} = \sum (xi + 1 - \bar{x} - 1)^2 fi = \sum (xi - \bar{x})^2 fi = Var\ x$$

Com o aumento de uma unidade nos subsídios, a média aumenta em uma unidade e a variância não se altera.

Classes	xi	xi´=xi+1	Fi	fi	xi´*fi	$(xi-4{,}125)^2 * \text{fi}$
0-1	0,5	1,5	6	0,1	0,15	0,689
1-2	1,5	2,5	15	0,25	0,625	0,660
2-4	3	4	24	0,4	1,6	0,006
4-8	6	7	15	0,25	1,75	2,066
			60	1	4,125	3,422

Grupo II

a)

Distribuição Frequência Marginal relativa de X

X	$f_i^{(x)} = f_i(X = x_i) = \sum_{j=1}^{5} f_{ij}$
[0-10]	0,100
]10 - 30]	0,275
]30 - 50]	0,400
]50 - 100]	0,175
]100 - 500]	0,050
Total	1,000

Distribuição Frequência Marginal relativa de Y

Y	$f_j^{(y)} = f_j(Y = y_j) = \sum_{i=1}^{5} f_{ij}$
1	0,225
2	0,165
3	0,300
4	0,210
5	0,100
Total	1,000

b) i)

Distribuição Frequência Condicional "Pequenas Empresas"

Y	$f(y_j \mid x \in [0-50])$
1	0,290323
2	0,212903
3	0,303226
4	0,148387
5	0,045161
Total	1

Distribuição Frequência Condicional "Grandes Empresas"

Y	$f(y_j \mid x \in]50-500])$
1	0
2	0
3	0,2889
4	0,4222
5	0,2889
Total	1

ii)

Pequenas empresas

Y	$f(y_j \mid x \in [0-50])$	yi*fi	(yi-2,45)*fi	|yi-2,45|*fi
1	0,290	0,290	-0,421	0,421
2	0,213	0,426	-0,096	0,096
3	0,303	0,910	0,167	0,167
4	0,148	0,594	0,230	0,230
5	0,045	0,226	0,115	0,115
		2,445		**1,029**

Grandes empresas

Y	$f(y_j \mid x \in]50-500])$	yi*fi	(yi-4)*fi	|yi-2,45|*fi
1	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,000	0,000	0,000	0,000
3	0,289	0,867	-0,289	0,289
4	0,422	1,689	0,000	0,000
5	0,289	1,444	0,289	0,289
		4,000		**0,578**

DAM pequenas empresas = 1,029
DAM grandes empresas = 0,578

As pequenas empresas têm um Desvio Absoluto Médio superior ao das grandes empresas. Este resultado é facilmente compreendido através da observação do quadro de Distribuição Frequências Conjunta: as pequenas empresas podem ter 1,2,3,4, ou 5 escritórios, enquanto que as Grandes Empresas têm apenas 3 ou mais escritórios.

iii) **Y é uma variável discreta.**

Pequenas empresas

Y	$f(y_j \mid x \in [0-50]$	si
1	0,290	0,290
2	0,213	***0,503***
3	0,303	0,806
4	0,148	0,955
5	0,045	1,000

Mediana é o valor da variável que tem 50% das observações à sua direita, e 50% à sua esquerda. É o valor da variável para a observação central.

Mediana = 2

Ou,

Dado que o n das pequenas empresas é ímpar (155), tem que se determinar o valor da variável para a observação de ordem 78 [(n+1)/2]:

Pequenas empresas

Y	$F(y_j \mid x \in [0-50]$	Si
1	45	45
2	33	*78*
3	47	125
4	23	148
5	7	155

Mediana =2

c) **Para serem independentes:**

- Distribuição marginal de Y teria que ser igual à Distribuição condicional de Y --> não se verifica para ambas Distribuições Condicionais (ver quadro em baixo)

Y	$f(y_j \mid x \in [0-50]$	$f(y_j \mid x \in]50-500])$	$f_j^{(y)} = f_j(Y = y_j) = \sum_{i=1}^{5} f_{ij}$
1	0,290	0	0,225
2	0,213	0	0,165
3	0,303	0,290	0,300
4	0,148	0,420	0,210
5	0,045	0,290	0,100

- Ou, f(x,y) = fx * fy --> não se verifica
  - Exemplo: Para x entre 50 e 100, e y=1
    - f(x,y) = 0; f(x) = 0,175; f(y) = 0,225
    - f(x,y) é então diferente de f(x) * f(y)

As variáveis X e Y não são independentes!

Grupo III

a)

i)

$$I_{2006/2006}{}^{P}(L)=100$$

$$I_{2007/2006}{}^{P}(L)=\frac{\sum P_{07}Q_{06}}{\sum P_{06}Q_{06}}=\frac{57*\left(\frac{5355}{51}\right)+97*\left(\frac{5555}{101}\right)+25*\left(\frac{5405}{23}\right)}{5355+5555+5404}=1{,}05 \quad ou \quad 105$$

$$I_{2008/2006}{}^{P}(L)=\frac{\sum P_{08}Q_{06}}{\sum P_{06}Q_{06}}=\frac{65*\left(\frac{5355}{51}\right)+105*\left(\frac{5555}{101}\right)+27*\left(\frac{5405}{23}\right)}{5355+5555+5404}=1{,}161 \quad ou \quad 116{,}1$$

ii) Indice de Laspeyres

b)

$$I^{P}_{2008/2006}(Laaspeyres\ )=116$$

$$\sqrt{116}-1=1{,}0507\ \ -1=0{,}077\quad ou\quad 7{,}07\%$$

c)

i)

	$I_{2008/2006}{}^{P}(L)$	$I_{2008/2006}{}^{P}(L)$
2008	98	116,1
2009	100	118,47
2010	103	122

$$\frac{I_{2009/2006}}{100}=\frac{I_{2009/2008}}{100}\times\frac{I_{2008/2006}}{100}\Leftrightarrow\frac{I_{2009/2006}}{100}=\frac{100}{I_{2009/2008}}\times\frac{I_{2008/2006}}{100}\Leftrightarrow\frac{I_{2009/2006}}{100}=\frac{100}{98}\times\frac{116{,}1}{100}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow I_{2009/2006}=118{,}47$$

$$\frac{I_{20010\ /2006}}{100}=\frac{I_{2010\ /2009}}{100}\times\frac{I_{2009\ /2008}}{100}\times\frac{I_{2008\ /2006}}{100}\Leftrightarrow\frac{I_{20010\ /2006}}{100}=\frac{103}{100}\times\frac{100}{98}\times\frac{116\ ,2}{100}\Leftrightarrow$$

$$\frac{I_{20010\ /2006}}{100}=122\ ,0$$

ii) Propriedade da circularidade. Os valores obtidos não são exactos, uma vez que o Índice de Laspeyres não goza da propriedade da circularidade.

d)

$$I^{Q}{}_{08/06}(F)=\sqrt{I^{Q}{}_{08/06}(P)\times I^{Q}{}_{08/06}(L)}$$

$$I^{Q}{}_{08/06}(L)=\frac{\sum P_{06}Q_{08}}{\sum P_{06}Q_{06}}=\frac{51\left(\frac{6500}{65}\right)+101\left(\frac{7035}{105}\right)+23\left(\frac{6507}{27}\right)}{16315}\times 100=106{,}7$$

$$I^{Q}{}_{08/06}(F)=\sqrt{I^{Q}{}_{08/06}(P)\times I^{Q}{}_{08/06}(L)}\Leftrightarrow I^{Q}{}_{08/06}(F)=\sqrt{105{,}79\times 106{,}7}\Leftrightarrow$$
$$I^{Q}{}_{08/06}(F)=106{,}2$$

Grupo IV

a) O montante total de salários pagos à empresa TOPY é de 125000, superior ao montante total de salários pagos à empresa TOPX que é de 80000.

Informação sobre a empresa "TOPX"

X - Remuneração Mensal	Fi	XiFi
[0 – 500]	30	7500
] 500 – 1000]	40	30000
] 1000 – 1500]	20	25000
] 1500 – 2000]	10	17500
	N = 100	**80000**

Informação sobre a empresa "TOPY"

X - Remuneração Mensal	Fi	XiFi
[0 – 1000]	50	25000
] 1000 – 2000]	30	45000
] 2000 – 3000]	15	37500
] 3000 – 4000]	5	17500
	N = 100	**125000**

b) i)

Informação sobre a empresa "TOPX"

X –Rem. Men	Fi	fi	pj	XiFi	XiFi / 80000	qj	$(pj – pj_{-1}) * (qj + qj_{-1})$
[0 – 500]	30	0,3	0.3	7500	0,09375	0,09375	0.028125
] 500 – 1000	40	0,4	0.7	30000	0,375	0,46875	0.225
] 1000 – 150(	20	0,2	0.9	25000	0,3125	0,78125	0.25
] 1500 – 200(	10	0,1	1	17500	0,21875	1	0.178125
	N = 10			80000			**0.681375**

$$IG = 1 - \sum_{j=1}^{m} \left(q_j + q_{j-1}\right) \times \left(p_j - p_{j-1}\right) \qquad 0 \le IG \le 1$$

IG = 1 – 0.681375 = 0.318625

Podemos dizer que o grau de concentração salarial na empresa TOPX é médio baixo. Seria nulo se o IG = 0 e seria máximo se o IG = 1.

b) ii) Pode dizer-se que o grau de concentração salarial da empresa TOPX é muito semelhante, embora ligeiramente inferior, ao da empresa TOPY.

A área de concentração - área compreendida entre a curva de Lorenz e a diagonal da caixa (que representa o caso em que o salário se distribuiria igualmente por todos os trabalhadores) da empresa TOPX é muito semelhante, embora ligeiramente inferior, à área de concentração da empresa TOPY.

Relembre-se que IG = Área de Concentração / 2