CATÓLICA LISBON
SCHOOL OF BUSINESS & ECONOMICS

UNIVERSIDADE CATÓLICA PORTUGUESA

LICENCIATURAS EM ECONOMIA E GESTÃO

ESTATÍSTICA I - 1º TESTE - 5 DE ABRIL DE 2013

Responda em **folhas separadas para cada grupo**. Se não fizer algum grupo, entregue em branco a folha respectiva devidamente identificada, para efeitos de controlo. O teste deve ser efectuado a tinta.

Leia cuidadosamente a totalidade de cada grupo antes de o responder.

Explicite todas as hipóteses e os cálculos que tiver de fazer para a resolução dos problemas. Use um mínimo de **quatro** casas decimais. Os grupos ou as perguntas podem não estar pela ordem em que a matéria foi leccionada. Um grupo pode incluir diferentes matérias.

O teste é constituído por quatro grupos.

I (6,0 valores)

A empresa Parra Dourada produz e exporta três marcas de vinho, A, B e C. Existe a seguinte informação disponível sobre as exportações da empresa no período 2000 a 2012:

	2010		**2011**		**2012**	
	preço	**quantidade**	**preço**	**quantidade**	**preço**	**quantidade**
Marca A		80	10	80		100
Marca B		30	16	45		50
Marca C		50	8	60		100
Total Exportações a preços correntes	1740				2250	

Exportações	**I^q (Laspeyres)**
2004	1,00
2005	1,01
2006	1,02
2007	1,06
2008	1,12
2009	1,17
2010	1,20

Entre 2000 e 2006 a empresa focou-se no mercado interno, tendo as suas exportações diminuído em termos reais de 3% neste período.

a) Através de um **índice**, analise a evolução das **exportações totais da empresa, em termos nominais**, no período de **2010** a **2012**. Interprete os resultados.

b) Utilizando um **índice de Laspeyres** analise a evolução **das quantidades exportadas** pela empresa **entre 2010 e 2012**. Interprete os resultados.

Um jornal fez uma reportagem sobre esta empresa e pediu-lhe para fazer uma revisão do artigo. Comente sobre a veracidade das seguintes afirmações, corrigindo-as sempre que necessário. [Apresente e justifique todos os cálculos efectuados]:

c) De **2011 para 2012** as exportações da empresa viram os seus **preços aumentar 5,5%.**

d) Durante a **década de 2000 – 2010** a empresa viu as suas **quantidades exportadas aumentarem a uma taxa anual média de 4%.**

II (7,0 valores)

A distribuição de frequências das vendas de cada um dos 100 vendedores da empresa Vendemuito SA, num determinado mês, está registada na seguinte tabela:

X (vendas em milhares de €)	$S_i(\leq)$
[0 - 2]	10
] 2 - 6]	40
] 6 - 12]	75
] 12 - 20]	100

a) Calcule o valor da média, mediana e moda, para esta distribuição de frequências, e com base nelas conclua acerca da sua assimetria.

b) i) A empresa instituiu um prémio mensal para os vendedores que no decorrer de cada mês conseguem ultrapassar o valor da média de vendas. Quantos vendedores ganharam esse prémio no mês em análise? [se obtiver um valor decimal arredonde às unidades].

ii) Que percentagem do valor total das vendas foi efectuada pelos vendedores indicados em b) i)? Não precisa de fazer cálculos para dar a resposta. Justifique analiticamente [sem concretizar com números] ou apenas por palavras mas cuidadosamente.

c) i) Calcule a dispersão relativa da variável *X*.

ii) Apresente por palavras um exemplo em que seja adequado calcular a dispersão relativa indicada em c) i).

d) Analise, através de um indicador numérico, a concentração das vendas pelos vendedores na empresa Vendemuito SA.

III (5,0 valores)

Uma empresa produz três tipos de produto diferentes. A empresa tem 100 vendedores para os quais registou, num determinado mês, o número de tipos de produto diferentes que vendeu (X) e o volume de vendas (Y). Considere a seguinte distribuição de frequências conjuntas:

F_{ij} ou $F(x_i, y_j)$		Y_j Volume de vendas (em milhares de euros)			
		20 - 30	30 - 70	70 - 90	90 - 100
X_i Nº de tipos de produto diferentes vendidos	1	2	8	4	2
	2	15	14	B ?	4
	3	A ?	C ?	11	D ?

Considere ainda as seguintes informações:

- 6 % do total dos vendedores vendeu 3 tipos de produto diferentes e faturou 20-30 milhares de euros
- A mediana da faturação foi de 70 milhares de euros
- 14% dos vendedores atingiu uma faturação superior a 90 milhares de euros

a) Copie o quadro de dupla entrada para a sua folha de teste. Complete o quadro, apresentando os cálculos, com os valores em falta na tabela.

b) Considere os vendedores a quem foi atribuído 1 tipo de produto para vender:

i) Escreva a distribuição de frequências relativas que descreve a faturação mensal desses vendedores, relativamente a esse mesmo grupo. Como se chamam essas frequências?

ii) Qual foi a média desses vendedores?

c) Conclua sobre a independência das variáveis X e Y. Justifique analiticamente a sua resposta.

d) Tendo em conta a informação disponibilizada abaixo caracterize a relação entre o número de tipos de produto diferentes vendidos e a faturação mensal de um vendedor.

$$\sum_i (x_i - \overline{X})^2 F_i = 44{,}04$$

$$\sum_j (y_j - \overline{Y})^2 F_j = 62242{,}75$$

$$\sum_i \sum_j (x_i - \overline{X}) \times (y_j - \overline{Y}) \times F_{ij} = 221{,}1$$

Ficou a saber-se que todos os vendedores que vendem mais de um tipo de produto diferente vão passar para o quadro da empresa (com um contrato permanente) e que 20% dos vendedores são estagiários.

e) Escolhido ao acaso um vendedor que vai passar para o quadro da empresa, qual a probabilidade mínima e qual a probabilidade máxima, que pode estar em causa, de ser um estagiário?

IV (2,0 valores)

Um mesmo exame foi feito em duas salas, as salas X e Y. O número de alunos e os resultados do exame foram os seguintes:

	Sala X	**Sala Y**	**Salas X e Y**
Variável com as classificações	X	Y	Z
N° de alunos	$n_x = 80$	$n_y = 120$	n
Média	$\bar{X} = 14{,}0$	$\bar{Y} = 16{,}8$	$\bar{Z}$
Variância	$S_X^2 = 4$	$S_Y^2 = 3$	S_Z^2

[As alíneas a) e b) são independentes uma da outra]

a) i) Calcule o valor da média para a totalidade dos alunos das duas salas.

ii) Calcule o valor do desvio-padrão para a totalidade dos alunos das duas salas.

Verificou-se entretanto que na sala Y os alunos tiveram mais tempo para fazer o exame, sendo esta facto apontado como a causa de os alunos na sala Y terem tido uma média mais alta. Por esta razão pretende-se alterar todas as classificações dos alunos da sala X, de forma que a média das classificações da sala X fique a mesma que a da sala Y. – Considere duas formas alternativas de corrigir as classificações:

- Todas as classificações da sala X são adicionadas de um valor igual a.
- Todas as classificações da sala X são multiplicadas por um valor igual b.

b) i) Compare em termos analíticos [ou seja, sem concretizar com números], o desvio-padrão inicial e o coeficiente de variação inicial com os mesmos indicadores após a aplicação de cada um destes dois procedimentos. Comente.

ii) Calcule o valor concreto do novo desvio-padrão e do novo coeficiente de variação das classificações dos alunos da sala X com a aplicação de cada um destes dois procedimentos.

CATOLICA LISBON
SCHOOL OF BUSINESS & ECONOMICS
UNIVERSIDADE CATÓLICA PORTUGUESA

LICENCIATURAS EM ECONOMIA E GESTÃO

ESTATÍSTICA I

FORMULÁRIO

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_i x_i F_i = \sum_i x_i f_i \qquad \overline{x} = \sum_i w_i x_i \quad \left(\text{com } \sum_i w_i = 1\right)$$

$$\overline{x}_g = \sqrt[n]{x_1^{F_1} \times x_2^{F_2} \times \cdots} \qquad \overline{x}_h = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_i F_i \frac{1}{x_i}} = \frac{1}{\sum_i f_i \frac{1}{x_i}}$$

$$M = l_m + k \times \frac{F_m - F_{m-1}}{\left(F_m - F_{m+1}\right) + \left(F_m - F_{m-1}\right)}$$

$$M_e = l_{m_e} + k_{m_e} \frac{0,5 - s\left(l_{m_e}\right)}{s\left(L_{m_e}\right) - s\left(l_{m_e}\right)}$$

$$Q_I = l_I + k_I \frac{0,25 - s\left(l_I\right)}{s\left(L_I\right) - s\left(l_I\right)} \qquad Q_{III} = l_{III} + k_{III} \frac{0,75 - s\left(l_{III}\right)}{s\left(L_{III}\right) - s\left(l_{III}\right)}$$

$$IV = \max_{x_i}\{x_i\} - \min_{x_i}\{x_i\} \qquad IIQ = Q_{III} - Q_I$$

$$DAM_x = \frac{1}{n}\sum_i F_i \,|\, x_i - \overline{x} \,| = \sum_i f_i \,|\, x_i - \overline{x} \,|$$

$$s_x^{\,2} = \frac{1}{n}\sum_i F_i \left(x_i - \overline{x}\right)^2 = \sum_i f_i \left(x_i - \overline{x}\right)^2 = \sum_i f_i x_i^2 - \overline{x}^2$$

$$s_x = +\sqrt{s_x^{\,2}}$$

$$C_v = \frac{s_x}{\overline{x}} \times 100$$

$$CA_p = \frac{\overline{X} - M_o}{s} \qquad CA_B = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M_e}{Q_3 - Q_1}$$

$$K_{Fisher} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\left(x_i - \overline{X}\right)^4 F_i \Big/ n}{\left[\sum_{i=1}^{m}\left(x_i - \overline{X}\right)^2 F_i \Big/ n\right]^2} \qquad K = \frac{Q_3 - Q_1}{2\left(P_{90} - P_{10}\right)}$$

$$IG = 1 - \sum_{j=1}^{m}\left(q_j + q_{j-1}\right) \times \left(p_j - p_{j-1}\right)$$

$$F_i^{(x)} = F_i(X = x_i) = \sum_j F_{ij}$$

$$F_j^{(y)} = F_j(Y = y_j) = \sum_i F_{ij}$$

$$f(y_j \mid x_i) = \frac{F(x_i, y_j)}{F_i^{(x)}} = \frac{f(x_i, y_j)}{f_i^{(x)}}$$

$$f(x_i \mid y_j) = \frac{F(x_i, y_j)}{F_j^{(y)}} = \frac{f(x_i, y_j)}{f_j^{(y)}}$$

$$COV(X,Y) = \frac{1}{n}\sum_k (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y}) = \frac{1}{n}\sum_k x_k y_k - \bar{x}\,\bar{y}$$

$$COV(X,Y) = \frac{1}{n}\sum_i \sum_j F_{ij}(x_i - \bar{X})(y_j - \bar{Y}) = \sum_i \sum_j f_{ij}(x_i - \bar{x})(y_j - \bar{y}) = \sum_i \sum_j (x_i y_j f_{ij}) - \bar{x}\,\bar{y}$$

$$r(X,Y) = \frac{COV(X,Y)}{s_x s_y}$$

Nota: As fórmulas abaixo têm 100 como referência para o ano base.

$$I_{t/0}^{(p)} = \frac{p_t}{p_0} \times 100 \qquad I_{t/0}^{(q)} = \frac{q_t}{q_0} \times 100 \qquad I_{t/0}^{(v)} = \frac{p_t q_t}{p_0 q_0} \times 100 \qquad I_{t/0}^{(p)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{ti}}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i}} \times 100$$

$$I_{(t/0)}^{(p)} = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{p_{ti}}{p_{0i}}\right) \times 100 \qquad I_{t/0}^{(q)} = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{q_{ti}}{q_{0i}}\right) \times 100$$

$$I_{(t/0)}^{(p)} = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{p_{ti}}{p_{0i}} \times w_i\right) \times 100 \qquad I_{t/0}^{(q)} = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{q_{ti}}{q_{0i}} \times w_i\right) \times 100$$

$$I_{t/0}^{(p)}(L) = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{ti} q_{0i}}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i} q_{0i}} \times 100 \qquad I_{t/0}^{(q)}(L) = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{0i} q_{ti}}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i} q_{0i}} \times 100;$$

$$I_{t/0}^{(p)}(P) = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{ti} q_{ti}}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i} q_{ti}} \times 100 \qquad I_{t/0}^{(q)}(P) = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{ti} q_{ti}}{\sum_{i=1}^{n} p_{ti} q_{0i}} \times 100$$

$$I_{t/0}(F) = \sqrt{I_{t/0}(L) \times I_{t/0}(P)}$$

Nota: o formulário não esgota todos os tratamentos estatísticos possíveis.

ESTATÍSTICA I

1º TESTE, 2013.04.05

I

a) Trata-se de um índice de valor: $I^{v}_{t/0} = \frac{p_t\, q_t}{p_0\, q_0}$

$I^{v}_{10/10} = \frac{1740}{1740} = 1$ ou 100

$\Sigma\, p_{11}\, q_{11} = 10 \times 80 + 16 \times 45 + 8 \times 60 = 2000$

$I^{v}_{11/10} = \frac{2000}{1740} = 1,1494$ ou 114,94

$I^{v}_{12/10} = \frac{2250}{1740} = 1,2931$

$I^{v}_{12/11} = \frac{2250}{2000} = 1,125$

Relativamente ao ano base de 2010 as exportações subiram em termos nominais 14,94% em 2011 e 29,31% em 2012. De 2011 para 2012 as exportações subiram em termos nominais 12,5%.

b) $I^{q}_{t/11}(L) = \frac{\Sigma\, p_{11}\, q_t}{\Sigma\, p_{11}\, q_{11}}$

$I^{q}_{10/11}(L) = \frac{10 \times 80 + 16 \times 30 + 8 \times 50}{2000} = \frac{1680}{2000} = 0,84$ ou 84

$I^{q}_{11/11}(L) = 1$ ou 100

$I^{q}_{12/11}(L) = \frac{10 \times 100 + 16 \times 50 + 8 \times 100}{2000} = \frac{2600}{2000} = 1,30$ ou 130

$I^{q}_{11/10} = \frac{1}{0,84} = 1,1905$ ou 119,05

Relativamente ao ano base de 2011 as quantidades foram 16% mais baixas em 2010 e 30% mais altas em 2012.

De 2010 para 2011 as quantidades subiram 19,05% e de 2011 para 2012 subiram 30%.

a) Temos de usar a mesma quantidade para medir a variação dos preços

$$I^{P}_{12/11} = \frac{\sum p_{12}\, q_{12}}{\sum p_{11}\, q_{12}} = \frac{2250}{2600} = 0{,}8654$$

$$\text{Tx VARIAÇÃO} = \frac{0{,}8654 - 1}{1} \times 100 = -13{,}46\%$$

Os preços das exportações caíram 13,46% entre 2011 e 2012.
A afirmação é por isso falsa.

b) $I^{q}_{10/00} = ?$

$$I^{q}_{06/00} = 0{,}97$$

$$I^{q}_{10/00} = I^{q}_{10/06} \times I^{q}_{06/00} = \frac{I^{q}_{10/04}}{I^{q}_{06/04}} \times I^{q}_{06/00} =$$

$$= \frac{1{,}20}{1{,}02} \times 0{,}97 = 1{,}1765 \times 0{,}97 = 1{,}1412$$

2010 ← 2009 ← 2008 ← 2007 ← 2006 ← 2005 ← 2004 ← 2003 ← 2002 ← 2001 ← 2000

$$\sqrt[10]{1{,}1412} = 1{,}0133$$

Entre 2000 e 2010 as exportações aumentaram a uma taxa anual média de 1,33%.
A afirmação é por isso falsa.

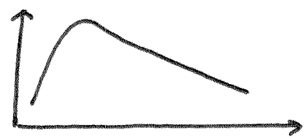
II

Classe	x_i	k_i	F_i	f_i	F_i/k_i	$S_i(\xi)$	$s_i(\xi)=p_i$	$v_i = x_iF_i$	$\sum_1^i v_i$	q_i	q_i+q_{i-1}	$(q_i+q_{i-1})f_i$
0 - 2	1	2	10	0,10	5	10	0,10	10	10	0,0118	0,0118	0,0012
2 - 6	4	4	30	0,30	7,5	40	0,40	120	130	0,1538	0,1656	0,0497
6 - 12	9	6	35	0,35	5,8(3)	75	0,75	315	445	0,5266	0,6804	0,2381
12 - 20	16	8	25	0,25	3,125	100	1,00	400	845	1,000	1,5266	0,3817
			100	1				845				0,6707

a) $\overline{X} = \sum x_iF_i / n = 845/100 = 8,45$

$Me = 6 + \dfrac{0,5-0,4}{0,35} \times 6 = 7,7143$

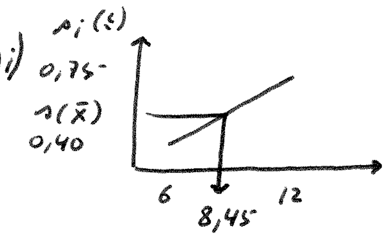
$Mo = 2 + \dfrac{7,5-5}{(7,5-5)+(7,5-5,8333)} \times 4 = 4,4$



$Mo < Me < \overline{x}$

Assimetria positiva

b) i)



$\dfrac{0,75-0,40}{12-6} = \dfrac{s(\bar{x})-0,40}{8,45-6} \Leftrightarrow \dfrac{0,35}{6} = \dfrac{s(\bar{x})-0,40}{2,45} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow s(\bar{x}) = \dfrac{0,35}{6} \times 2,45 + 0,40 = 0,5429$ ou $54,29\%$

R: $(1-0,5429) \times 100 = 45,71 \approx 46$ TRABALHADORES

ii) Estes trabalhadores recebem 50% do valor total das vendas, uma vez que a média é o centro de gravidade da massa da distribuição.

- $\sum (x_i - \bar{x})F_i = \sum x_iF_i - \sum \bar{x}F_i = n\bar{x} - n\bar{x} = 0$ Os desvios negativos (até à média) têm de ser iguais aos desvios positivos (após a média).

ou

- $\sum_{i=1}^{n_1} (x_i - A)F_i = -\sum_{i=n_1+1}^{n} (x_i - A)F_i \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n_1} x_iF_i - n_1A = -\sum_{i=n_1+1}^{n} x_iF_i + (n-n_1)A \Leftrightarrow$

  $\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} x_iF_i = nA \Leftrightarrow A = \sum_{i=1}^{n} x_iF_i / n = \overline{x}$

- $A = B \Leftrightarrow \dfrac{A}{A+B} = \dfrac{A}{2A} = \dfrac{1}{2}$

c)

x_i	F_i	$x_i^2 F_i$
1	10	10
4	30	480
9	35	2835
16	25	6400
	100	9725

$$S_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 F_i}{n} = \frac{\sum x_i^2 F_i}{n} - \bar{x}^2 =$$

$$= \frac{9725}{100} - 8{,}45^2 = 97{,}25 - 71{,}4025 = 25{,}8475$$

$$S_x = \sqrt{S_x^2} = \sqrt{25{,}8475} = 5{,}0840$$

$$CV_x = \frac{S_x}{\bar{X}} = \frac{5{,}0840}{8{,}45} = 0{,}6017 \text{ ou } 60{,}17\%$$

d) $IG = 1 - \sum (q_i + q_{i-1}) f_i = 1 - 0{,}6707 = 0{,}3293$ ou $32{,}93\%$

a)

	Y: 20-30, $y_1=25$	30-70, $y_2=50$	70-90, $y_3=80$	90-100, $y_4=95$	$F_1(X)$
X: $x_1=1$	2	8	4	2	16
$x_2=2$	15	14	21	4	54
$x_3=3$	6	5	11	8	30
$F_2(Y)$	23	27	36	14	100

b) i)

$$f(y_j|x_1) = \begin{cases} 2/16 & , y_1 = 25 \\ 8/16 & , y_2 = 50 \\ 4/16 & , y_3 = 80 \\ 2/16 & , y_4 = 95 \end{cases}$$

São as frequência condicionadas de Y dado $x_1 = 1$

ii)

$$\bar{Y}/_{x_1} = 25 \times \frac{2}{16} + 50 \times \frac{8}{16} + 80 \times \frac{4}{16} + 95 \times \frac{2}{16} = \frac{960}{16} = 60$$

c)

$$\bar{Y} = 25 \times \frac{23}{100} + 50 \times \frac{27}{100} + 80 \times \frac{36}{100} + 95 \times \frac{14}{100} = \frac{6135}{100} = 61{,}35$$

$\bar{Y}/_{x_1} \neq \bar{Y} \Rightarrow$ X e Y <u>NÃO</u> são independentes

$$\bar{Y}/_{x_1} = \sum_j y_j f(y_j|x_1)$$

$$\bar{Y} = \sum_j y_j f(y_j)$$

Por definição, se X e Y são independentes, então

$$f(y_j|x_i) = f(y_j) \Rightarrow \bar{Y}/_{x_1} = \bar{Y}$$

→ A verificação pode ser feita comparando $f(x_i, y_j)$ com $f(x_i) \times f(y_j)$ e justificando/explicando.

d) $$r = \frac{S_{XY}}{S_X \, S_Y} \quad \text{ou} \quad \frac{Cov(X,Y)}{DP(X)\, DP(Y)}$$

$$r = \frac{\frac{221,1}{100}}{\sqrt{\frac{44,04}{100}} \times \sqrt{\frac{62242,75}{100}}} = \frac{221,1}{\sqrt{44,04 \times 62,242,75}} =$$

$$= 0,1335$$

A correlação é positiva, ou seja, as duas variáveis evoluem no mesmo sentido (quando uma aumenta a outra aumenta, quando uma diminui a outra diminui).

É uma correlação fraca.

e)

$P(\text{ESTAGIÁRIO}) = 0,20$

$P(1 \text{ TIPO PRODUTO}) = 0,16$

$P(\text{ESTAGIÁRIO E PASSAR A QUADRO})$ — MÍNIMO: 4%; MÁXIMO: 20%

$$P(\text{ESTAGIÁRIO} \mid \text{QUADRO}) = \frac{P(\text{ESTAGIÁRIO E QUADRO})}{P(\text{QUADRO})} =$$

$= \frac{0,04}{0,84} = 0,0476$ ou $4,76\%$ (valor mínimo)

$= \frac{0,20}{0,84} = 0,2381$ ou $23,81\%$ (valor máximo)

a) i)

$$\bar{z} = \frac{\bar{x}\, n_x + \bar{y}\, n_y}{n_x + n_y} = \bar{x}\,\frac{n_x}{n_x+n_y} + \bar{y}\,\frac{n_y}{n_x+n_y}$$

$$= \frac{14 \times 80 + 16{,}8 \times 120}{200} = 14 \times \frac{80}{200} + 16{,}8 \times \frac{120}{200} =$$

$$= \frac{3136}{200} = 14 \times 0{,}4 + 16{,}8 \times 0{,}6 = 15{,}68$$

---

ii) $$S_z^2 = \frac{\sum (z_i - \bar{z})^2}{n} = \frac{\sum z_i^2}{n} - \bar{z}^2$$

$$\sum z_i^2 = \sum x_i^2 + \sum y_i^2$$

$$S_x^2 = \frac{\sum x_i^2}{n_x} - \bar{x}^2 \Leftrightarrow \sum x_i^2 = \left(S_x^2 + \bar{x}^2\right) n_x$$

$$= (4 + 14^2) \times 80 = 16000$$

$$S_y^2 = \frac{\sum y_i^2}{n_y} - \bar{y}^2 \Leftrightarrow \sum y_i^2 = \left(S_y^2 + \bar{y}^2\right) n_y$$

$$= (3 + 16{,}8^2) \times 120 = 34228{,}8$$

$$S_z^2 = \frac{16\,000 + 34\,228{,}8}{200} - 15{,}68^2 = \frac{50\,228{,}8}{200} - 15{,}68^2 =$$

$$= 251.1440 - 245{,}8624 = 5{,}2816$$

$$S_z = \sqrt{S_z^2} = \sqrt{5{,}2816} = 2{,}2982$$

NOTA:

Em $\sum_i x_i$ o i vai de 1 até n_x

" $\sum_i y_i$ o i " " 1 " n_y

" $\sum_i z_i$ o i " " 1 " $n_x + n_y$

b)

i) $\bar{X} = \dfrac{\Sigma x_i}{n}$

$$S_x^2 = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$S_x = \sqrt{S_x^2}$$

$$CV_x = \frac{S_x}{\bar{x}}$$

$$\Sigma \frac{a + x_i}{n} = a + \bar{x} \qquad\qquad \Sigma \frac{b x_i}{n} = b\bar{x}$$

$$S^2_{a+x} = S^2_x \qquad\qquad S^2_{bx} = b^2 S^2_x$$

$$S_{a+x} = S_x \qquad\qquad S_{bx} = b S_x$$

$$CV_{a+x} = \frac{S_x}{a + \bar{x}} < CV_x \qquad\qquad CV_{bx} = \frac{b S_x}{b \bar{x}} = \frac{S_x}{\bar{x}} = CV_x$$

COMENTÁRIO:

Embora se alcance a mesma média pelos dois processos, somar um valor não altera a dispersão absoluta e diminui a relativa, ou seja, as classificações ficam mais parecidas umas com as outras. A multiplicação por uma constante aumenta a dispersão absoluta, embora mantenha a relativa. A multiplicação por b torna as classificações mais diferentes umas das outras

ii) $a = 16,8 - 14 = 2,8$
$b = 16,8 / 14 = 1,2$

$$S_{a+x} = S_x = \sqrt{4} = 2$$

$$CV_{a+x} = \frac{S_x}{a + \bar{x}} = \frac{2}{2,8 + 14} = 0,1190 \text{ ou } 11,90\%$$

$$S_{bx} = b S_x = 1,2 \times 2 = 2,4$$

$$CV_{bx} = \frac{b S_x}{b \bar{x}} = \frac{S_x}{\bar{x}} = 0,1429 = 14,29\%$$