

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)
Cursos de Carácter Geral e Cursos Tecnológicos

Duração da prova: 120 minutos
1998

2.ª FASE
Versão 1

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

Primeira Parte

Para cada uma das nove questões desta primeira parte, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e **escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde**. Não apresente cálculos. Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

Cotação: cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos. Um total negativo nesta primeira parte da prova vale 0 pontos.

1. Qual é o limite da sucessão de termo geral $u_n = 1 + e^{-n}$?

(A) $-\infty$ (B) $+\infty$ (C) 0 (D) 1

2. Para um certo número real k , é **contínua** a função m definida por

$$m(x) = \begin{cases} e^{2x} + k, & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{\sin x}{x}, & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

O valor de k é

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

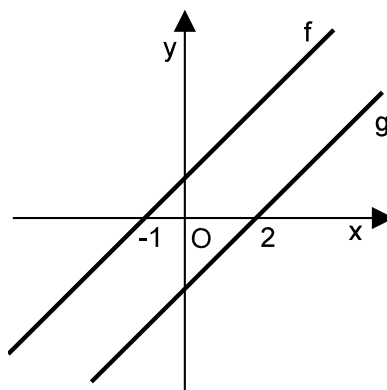
3. Um projectil é lançado verticalmente de baixo para cima.
Admita que a sua altitude h (em metros), t segundos após ter sido lançado, é dada pela expressão

$$h(t) = 100t - 5t^2$$

Qual é a **velocidade** (em metros por segundo) do projectil, dois segundos após o lançamento?

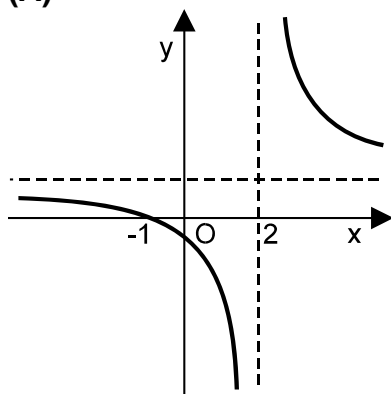
(A) 80 (B) 130 (C) 170 (D) 230

4. Na figura estão representadas graficamente duas funções: f e g .

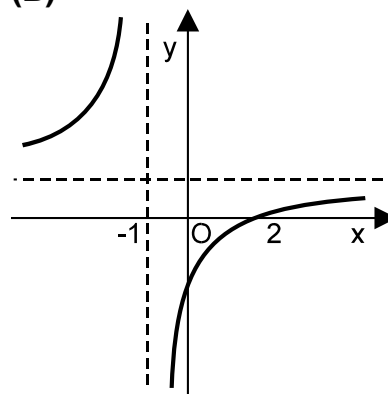


Qual dos seguintes gráficos poderá ser o da função $\frac{f}{g}$?

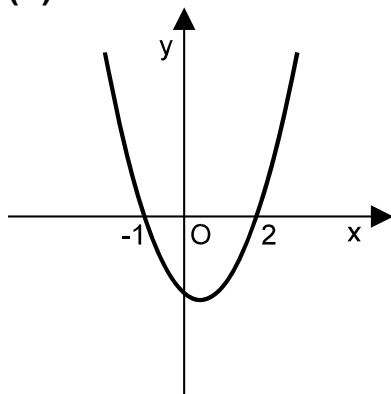
(A)



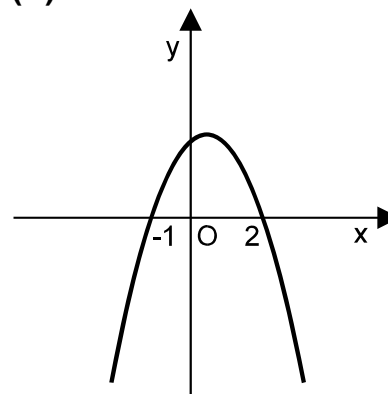
(B)



(C)



(D)



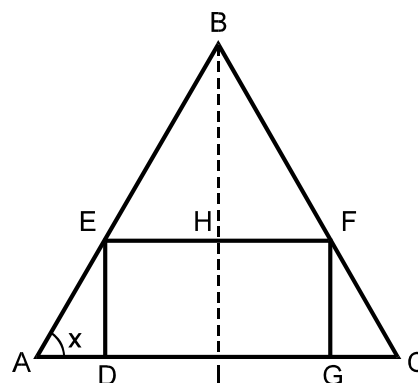
5. Uma hipérbole tem vértices $V_1(-6, 0)$ e $V_2(6, 0)$.
Seja P um ponto da hipérbole. A distância de P a um dos focos é 4.
Qual é a distância de P ao outro foco?
- (A) 2 (B) 8 (C) 10 (D) 16
6. Considere, relativamente a um referencial o. n. $Oxyz$:
- um plano α , definido pela equação $3x - z = 2$
 - uma recta r , definida pela condição $x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$
 - um ponto P , de coordenadas $(0, 2, 3)$
- Qual das afirmações seguintes é verdadeira?
- (A) P pertence a α (B) P pertence a r
(C) r é paralela a α (D) r é perpendicular a α
7. Considere a esfera definida pela condição $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 \leq 14$.
Sabendo que $[AB]$ é um diâmetro dessa esfera e que A tem coordenadas $(1, 1, 1)$,
indique as coordenadas de B .
- (A) $(2, 4, 8)$ (B) $(3, 5, 7)$ (C) $(4, 6, 5)$ (D) $(5, 3, 6)$
8. Colocaram-se numa urna doze bolas indistinguíveis pelo tacto, numeradas de 1 a 12.
Tirou-se uma bola da urna e verificou-se que o respectivo número era par.
Essa bola não foi repostada na urna.
Tirando, ao acaso, outra bola da urna, a probabilidade do número desta bola ser par é
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{5}{11}$
9. Num torneio de xadrez, cada jogador jogou uma partida com cada um dos outros jogadores.
Supondo que participaram no torneio dez jogadores, o número de partidas disputadas foi
- (A) $^{10}C_2$ (B) $^{10}C_9$ (C) $10!$ (D) 10×9

Segunda Parte

Nas questões desta segunda parte apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações que entender necessárias.
Atenção: pode ser-lhe útil consultar o formulário apresentado no final da prova.

1. Na figura

- o triângulo $[ABC]$ é isósceles ($\overline{AB} = \overline{BC}$)
- $[DEFG]$ é um rectângulo
 $\overline{DG} = 2$
 $\overline{DE} = 1$
- x designa a amplitude do ângulo BAC



a) Mostre que a área do triângulo $[ABC]$ é dada, em função de x , por

$$f(x) = 2 + \operatorname{tg} x + \frac{1}{\operatorname{tg} x} \quad \left(x \in]0, \frac{\pi}{2}[\right)$$

(Nota: pode ser-lhe útil reparar que $\widehat{BEF} = \widehat{BAC}$)

b) Mostre que $f'(x) = -\frac{\cos(2x)}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ (f' designa a derivada de f).

c) Determine o valor de x para o qual a área do triângulo $[ABC]$ é mínima.

2. A magnitude M de um sismo e a energia total E libertada por esse sismo estão relacionadas pela equação

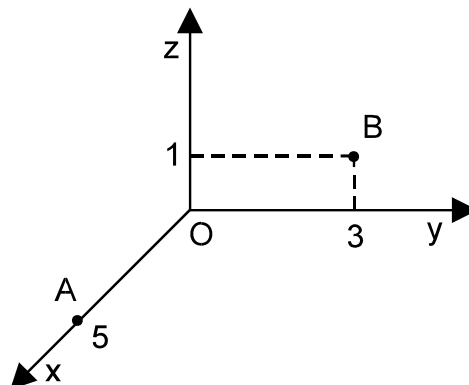
$$\log_{10} E = 5,24 + 1,44 M \quad (\text{a energia } E \text{ é medida em Joule}).$$

a) Um físico português estimou que o terramoto de Lisboa de 1755 teve magnitude 8,6. Mostre que a energia total libertada nesse sismo foi aproximadamente $4,2 \times 10^{17}$ Joule.

b) A ponte *Vasco da Gama* foi concebida para resistir a um sismo cuja energia total libertada seja cinco vezes a do terramoto de Lisboa de 1755. Qual será a magnitude de um tal sismo? Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas.

3. Um fiscal do Ministério das Finanças vai inspeccionar a contabilidade de sete empresas, das quais três são clubes de futebol profissional. A sequência segundo a qual as sete inspecções vão ser feitas é aleatória. Qual é a probabilidade de que as três primeiras empresas inspeccionadas sejam exactamente os três clubes de futebol? Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

4. Considere, num referencial o. n. $Oxyz$, os pontos $A(5, 0, 0)$ e $B(0, 3, 1)$.



- a) Mostre que a recta AB está contida no plano de equação $x + 2y - z = 5$
- b) Determine as coordenadas de um ponto C , pertencente ao eixo Oz e de cota positiva, de tal modo que o triângulo $[ABC]$ seja rectângulo em C .
- c) Determine o volume do cone que resulta da rotação do triângulo $[AOB]$ em torno do eixo Ox .

Formulário

$$\operatorname{sen}(2x) = 2 \cdot \operatorname{sen} x \cdot \cos x$$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\text{Volume do cone} = \frac{1}{3} \times \text{Área da Base} \times \text{Altura}$$

FIM

COTAÇÕES

Primeira Parte.....81

Cada questão certa +9

Cada questão errada..... - 3

Cada questão não respondida ou anulada 0

Nota: um total negativo nesta parte da prova vale 0 (zero) pontos.

Segunda Parte119

1 41

a)15

b).....12

c).....14

2 22

a)10

b).....12

3 20

4 36

a)12

b).....12

c).....12

TOTAL200