

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei nº 286/89, de 29 de Agosto)
Cursos de Carácter Geral e Cursos Tecnológicos
Cursos das Escolas Secundárias Soares dos Reis e António Arroio

Duração da Prova: 90 min + 30 min de tolerância
1997

2ª CHAMADA

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

I

Para cada uma das nove questões deste grupo, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e **escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde**. Não apresente cálculos. Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. Cotação: cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. Uma função real de variável real f é tal que $f(x) = f'(x)$, para qualquer número real x .
Indique qual das seguintes expressões pode definir a função f :

(A) $3x^2$
(B) $\sin x$
(C) e^{5x}
(D) $2e^x$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^5 e^{-x})$ é

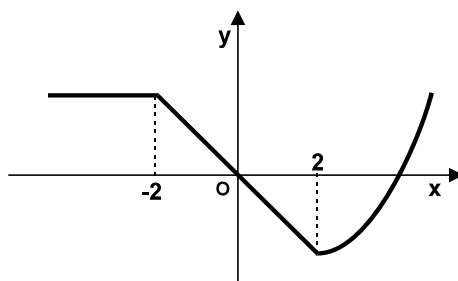
(A) $-\infty$
(B) 0
(C) 2
(D) $+\infty$

3. Indique qual dos seguintes conjuntos de pontos, em referencial o.n. xOy , é sempre o gráfico de uma função real de variável real $f: x \rightarrow y$

(A) Uma recta vertical
(C) Uma parábola

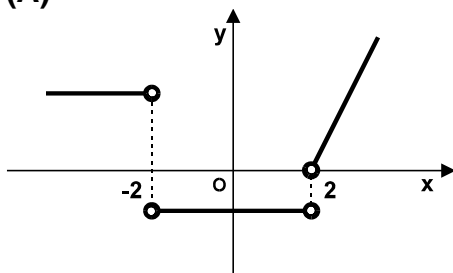
(B) Uma recta horizontal
(D) Uma elipse

4. Se a representação gráfica de uma função g é

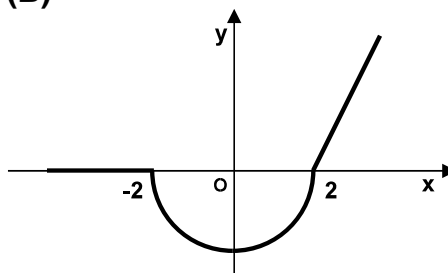


então a representação gráfica de g' pode ser

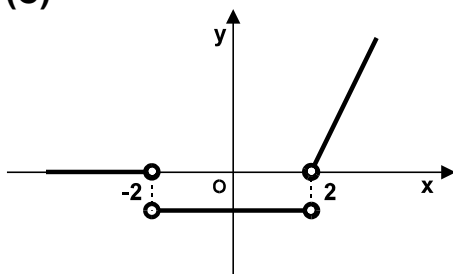
(A)



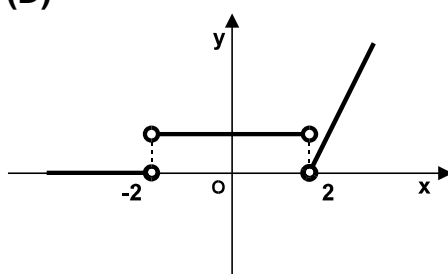
(B)



(C)



(D)



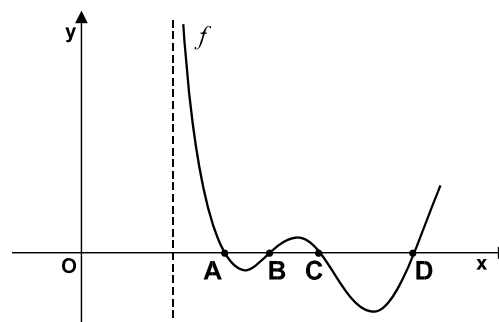
5.

Na figura ao lado está parte da representação gráfica da função f definida por

$$f(x) = \cos(\pi x) \cdot \ln(x-1)$$

Os pontos A , B , C e D são pontos de intersecção do gráfico da função f com o eixo das abcissas.

A abscissa do ponto A é:



(A) $\frac{1}{2}$

(B) 1

(C) $\frac{3}{2}$

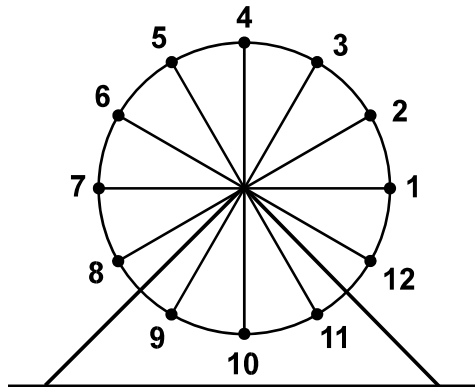
(D) 2

6. Considere a elipse de focos $(-3, 0)$ e $(3, 0)$ e a que pertence o ponto $(0, 4)$.
Um outro ponto que pertence à elipse é:
- (A) $(5, 0)$ (B) $(3, 4)$ (C) $(4, 0)$ (D) $(0, -5)$
7. Num referencial o. n. $Oxyz$, as rectas AB e r são paralelas.
O vector \overrightarrow{AB} tem coordenadas $(-2, m, 3)$.
A recta r é definida pela condição $\frac{x-1}{2} = y = -\frac{z}{3}$
O valor de m é:
- (A) $-\frac{1}{3}$ (B) -1 (C) 0 (D) 1
8. Foram oferecidos dez bilhetes para uma peça de teatro a uma turma com doze rapazes e oito raparigas.
Ficou decidido que o grupo que vai ao teatro é formado por cinco rapazes e cinco raparigas.
De quantas maneiras diferentes se pode formar este grupo?
- (A) ${}^{12}C_5 \times {}^8C_5$ (B) ${}^{12}A_5 \times {}^8A_5$
(C) $12 \times 8 \times 5^2$ (D) $\frac{12! \times 8!}{5!}$
9. Uma empresa de cofres atribui ao acaso um código secreto a cada cofre que comercializa.
Cada código secreto é formado por quatro algarismos, por uma certa ordem.
Escolhendo-se um cofre ao acaso, qual é a probabilidade de o código ter exactamente três zeros?
- (A) $0,0004$ (B) $0,0027$ (C) $0,0036$ (D) $0,004$

Nas questões dos grupos II e III, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

II

1. Uma roda gigante de um parque de diversões tem doze cadeiras, numeradas de 1 a 12, com um lugar cada uma (ver figura abaixo). Seis raparigas e seis rapazes, vão andar na roda gigante e sorteiam entre si os lugares que vão ocupar. Qual é a probabilidade de rapazes e raparigas ficarem sentados alternadamente, isto é, cada rapaz entre duas raparigas e cada rapariga entre dois rapazes? Apresente o resultado na forma de percentagem.



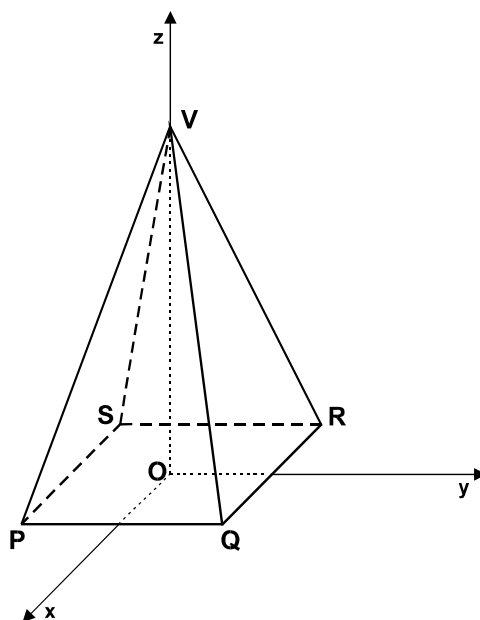
2. Depois de toda a gente estar sentada nas respectivas cadeiras, a roda gigante começa a girar. Um dos rapazes, o Manuel, ficou sentado na cadeira número 1. No instante em que a roda gigante começa a girar, a cadeira 1 está na posição indicada na figura acima. A distância, em metros, da cadeira 1 ao solo, t segundos após a roda gigante ter começado a girar, é dada por

$$d(t) = 7 + 5 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi t}{30} \right)$$

- a) Determine a distância a que a cadeira número 1 se encontra do solo no instante em que a roda gigante começa a girar.
- b) Esboce o gráfico da função d , para $t \in [0, 90]$. Assinale as coordenadas dos pontos correspondentes aos extremos da função.
Da análise do gráfico, indique quanto tempo demora o Manuel a dar uma volta completa.
- c) Resolva a equação $d(t) = 9,5$ para $t \in [0, 90]$.
A partir do conjunto solução obtido, indique quanto tempo demora o Manuel a encontrar-se pela primeira vez a uma distância de 9,5 metros do solo, depois da roda gigante ter começado a girar.
- d) Indique, justificando, qual é o raio da roda gigante.

III

Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide regular de base quadrada (ver figura abaixo). O vértice V da pirâmide pertence ao semi-eixo positivo Oz . A base da pirâmide está contida no plano xOy . A aresta $[PQ]$ é paralela ao eixo Oy . O ponto Q tem coordenadas $(2, 2, 0)$.



- a) Sabendo que, na unidade considerada, o volume da pirâmide é igual a 32, determine a cota do vértice V .

$$\text{Volume da Pirâmide} = \frac{1}{3} \times \text{Área da Base} \times \text{Altura}$$

- b) Mostre que o plano QRV pode ser definido pela equação $3y + z = 6$. Se não resolveu a alínea anterior, considere que o ponto V tem cota 6.
- c) Determine uma condição que defina a recta que passa na origem do referencial e é perpendicular ao plano QRV .
- d) Justifique que a intersecção da aresta $[QV]$ com o plano de equação $z = 3$ é o ponto $M(1, 1, 3)$ e determine a área da secção produzida na pirâmide por esse plano.

FIM

COTAÇÕES

GRUPO I 81

Cada questão certa +9

Cada questão errada..... - 3

Cada questão não respondida ou anulada 0

GRUPO II 67

1 20

2 47

a) 5

b)..... 18

c)..... 16

d)..... 8

GRUPO III 52

a) 10

b)..... 12

c)..... 10

d)..... 20

TOTAL 200